Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 14

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\sqrt{11}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{11}+\sqrt{5}\right)=11-5=$	**2p**
	$=6=\left(\sqrt{6}\right)^2$, deci numerele date sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice	**3p**
2.	$f(-x)=\ln\frac{1+(-x)}{1-(-x)}=\ln\frac{1-x}{1+x}=\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{-1}=$	**3p**
	$=-\ln\frac{1+x}{1-x}=-f(x)$, pentru orice $x\in(-1,1)$, deci funcția f este impară	**2p**
3.	$4\cdot 2^{2x}+4\cdot 2^x-3=0\Leftrightarrow\left(2\cdot 2^x-1\right)\left(2\cdot 2^x+3\right)=0$	**3p**
	Cum $2^x>0$, pentru orice număr real, obținem $2^x=\frac{1}{2}$, deci $x=-1$	**2p**
4.	Numărul de submulțimi ordonate cu 3 elemente ale mulțimii $\{1,3,5,7\}$ este $A_4^3=$	**3p**
	$=\frac{4!}{(4-3)!}=4!=24$	**2p**
5.	$m_{BC}=1$ și, cum $AD\parallel BC$, obținem $m_{AD}=1$	**3p**
	Ecuația dreptei AD este $y+2=x+1$, deci $y=x-1$	**2p**
6.	$\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}$, deci $\frac{\sin B}{\sin C}=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$	**3p**
	$\sin C=2\sin B$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}1&2&-1\\-2&-3&0\\2&4&a\end{vmatrix}=-3a+8+0-6-0+4a=$	**2p**
	$=-3a+4a+8-6=a+2$ pentru orice număr real a	**3p**
b)	$\det(A(0))=2\neq 0$	**2p**
	$A^{-1}(0)=\begin{pmatrix}0&-2&-\frac{3}{2}\\0&1&1\\-1&0&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
c)	Pentru $a\neq -2$, obținem $\det(A(a))\neq 0$, deci sistemul este Cramer	**2p**
	Soluția sistemului de ecuații este $(1,-1,0)$	**3p**
2.a)	$x*(-2)=5(x+2)(-2+2)-2=$	**3p**

	$=0-2=-2$, pentru orice număr real x	2p
b)	$f(x)*f(y)=5(f(x)+2)(f(y)+2)-2=5\left(\dfrac{e^x-10}{5}+2\right)\left(\dfrac{e^y-10}{5}+2\right)-2=$	3p
	$=5\cdot\dfrac{e^x}{5}\cdot\dfrac{e^y}{5}-2=\dfrac{e^{x+y}-10}{5}=f(x+y)$, pentru orice numere reale x și y	2p
c)	$x*x=5(x+2)^2-2$, $x*x*x=25(x+2)^3-2$	2p
	$25(x+2)^3-2=23\Leftrightarrow(x+2)^3=1$, deci $x=-1$	3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{2x+4}{2\sqrt{x^2+4x+5}}-1=$	3p
	$=\dfrac{2(x+2)}{2\sqrt{x^2+4x+5}}-1=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}-1$, $x\in\mathbb{R}$	2p
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+5}-x-2\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+4x+5-x^2-4x-4}{\sqrt{x^2+4x+5}+x+2}=$	2p
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4x+5}+x+2}=0$, deci dreapta de ecuație $y=0$, adică axa Ox, este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	3p
c)	$f'(x)=0\Rightarrow x+2=\sqrt{x^2+4x+5}\Rightarrow x^2+4x+4=x^2+4x+5\Rightarrow 4=5$, fals, deci $f'(x)\neq 0$, pentru orice număr real x	2p
	f' are proprietatea lui Darboux, deci f' are semn constant și, cum $f'(0)=\dfrac{2}{\sqrt{5}}-1<0$, obținem că $f'(x)<0$, pentru orice număr real x, deci f este descrescătoare și, cum $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ și f este continuă, obținem $\operatorname{Im}f=(0,+\infty)$	3p
2.a)	$F'(x)=\dfrac{2x\cdot x-x^2-1}{x^2}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{(x^2-1)(x+1)-x^2}{x^2(x+1)}=$	3p
	$=\dfrac{x^3-x-1}{x^2(x+1)}=f(x)$, $x\in(0,+\infty)$, deci funcția F este o primitivă a funcției f	2p
b)	$\displaystyle\int_1^2(x+1)f(x)\,dx=\int_1^2\frac{x^3-x-1}{x^2}\,dx=\int_1^2\left(x-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-\ln x+\frac{1}{x}\right)\Bigg\|_1^2=$	3p
	$=2-\ln 2+\dfrac{1}{2}-\left(\dfrac{1}{2}-\ln 1+1\right)=1-\ln 2$	2p
c)	$\displaystyle\int_1^a f(x)\,dx=F(x)\Big\|_1^a=F(a)-F(1)=\frac{a^2+1}{a}-\ln(a+1)-2+\ln 2=\frac{a^2+1}{a}-\ln\frac{a+1}{2}-2$	3p
	$\dfrac{a^2+1}{a}-\ln\dfrac{a+1}{2}-2=\dfrac{1}{2}-\ln\dfrac{a+1}{2}$, deci $\dfrac{a^2+1}{a}=\dfrac{5}{2}$ și, cum $a>1$, obținem $a=2$	2p