

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 16

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\log_5 5 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) : \frac{5}{12} = 1 - \frac{6-4+3}{12} : \frac{5}{12} = 1 - \frac{5}{12} : \frac{5}{12} =$ $= 1 - 1 = 0$	3p 2p
2.	$f(n) = 7 \Rightarrow n^2 + n + 1 = 7 \Rightarrow n^2 + n - 6 = 0$ Cum n este număr natural, obținem $n = 2$	3p 2p
3.	$x^2 - 9 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 6x = 18$ $x = 3$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile Numerele de două cifre de forma \overline{aa} sunt 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 și 99, deci sunt 9 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$	2p 2p 1p
5.	$AB = 4$, $d(C, AB) = 4$ $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot d(C, AB)}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$	3p 2p
6.	$\triangle ABC$ este dreptunghic în A și $AC = \frac{BC}{2}$ $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = (-2) \cdot (-1) - 2 \cdot (-1) =$ $= 2 - (-2) = 4$	3p 2p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $3A = \begin{pmatrix} -6 & 6 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$, $4I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $A \cdot A + 3A + 4I_2 = \begin{pmatrix} 2-6+4 & -6+6+0 \\ 3-3+0 & -1-3+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	3p 2p
c)	$A \cdot A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$, $xA + yI_2 = \begin{pmatrix} -2x+y & 2x \\ -x & -x+y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x+y & 2x \\ -x & -x+y \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 5, y = 12$	3p 2p

2.a)	$2020 * 1 = 2 \cdot 2020 \cdot 1 - 2 \cdot 2020 - 2 \cdot 1 + 3 =$ $= -2 + 3 = 1$	3p 2p
b)	$x * y = 2xy - 2x - 2y + 2 + 1 = 2(xy - x - y + 1) + 1 =$ $= 2(x(y-1) - (y-1)) + 1 = 2(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
c)	$x * x = 2(x-1)^2 + 1$, $(x * x) * x = 4(x-1)^3 + 1$, pentru orice număr real x $4(x-1)^3 + 1 = x \Leftrightarrow (x-1)(4(x-1)^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ sau $x = 1$ sau $x = \frac{3}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 9x^2 - 9 =$ $= 9(x^2 - 1) = 9(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$f(1) = -1$, $f'(1) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x-1) \Rightarrow y = -1$	2p 3p
c)	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty)$, deci f este crescătoare pe intervalul $[1, +\infty)$ $f(2019) \leq f(2020)$ și $f(2021) \leq f(2022)$, deci $f(2019) + f(2021) \leq f(2020) + f(2022)$	3p 2p
2.a)	$\int_0^3 (f(x) + 4) dx = \int_0^3 x^2 dx =$ $= \frac{x^3}{3} \Big _0^3 = \frac{27}{3} = 9$	2p 3p
b)	$\int_0^1 \frac{1}{f(x) + 5} dx = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx = \operatorname{arctg} x \Big _0^1 =$ $= \operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg} 0 = \frac{\pi}{4}$	3p 2p
c)	$\int_{\frac{1}{a}}^a f\left(\frac{1}{x}\right) dx = \int_{\frac{1}{a}}^a \left(\frac{1}{x^2} - 4\right) dx = \left(-\frac{1}{x} - 4x\right) \Big _{\frac{1}{a}}^a = \frac{3}{a} - 3a$ $\frac{3}{a} - 3a = -8 \Leftrightarrow 3a^2 - 8a - 3 = 0$ și, cum $a > 0$, obținem $a = 3$	3p 2p