

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Test 16

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\log_5 5 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) : \frac{5}{12} = 0$.
- 5p** 2. Determinați numărul natural n pentru care punctul $A(n, 7)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 9} = x - 3$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie de forma \overline{aa} , unde a este cifră nenulă.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 4)$, $B(5, 4)$ și $C(3, 0)$. Calculați aria triunghiului ABC .
- 5p** 6. Calculați măsura unghiului B al triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $AC = 3$ și $BC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 4$.
- 5p** b) Arătați că $A \cdot A + 3A + 4I_2 = O_2$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x și y astfel încât $A \cdot A \cdot A = xA + yI_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2xy - 2x - 2y + 3$.
- 5p** a) Arătați că $2020 * 1 = 1$.
- 5p** b) Demonstrați că $x * y = 2(x - 1)(y - 1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $(x * x) * x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^3 - 9x + 5$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 9(x - 1)(x + 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $f(2019) + f(2021) \leq f(2020) + f(2022)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 (f(x) + 4) dx = 9$.
- 5p** b) Calculați $\int_0^1 \frac{1}{f(x) + 5} dx$.
- 5p** c) Determinați numărul real a , $a > 0$, pentru care $\int_{\frac{1}{a}}^a f\left(\frac{1}{x}\right) dx = -8$.