

**Examenul de bacalaureat național 2020**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_șt-nat***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 6**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$a_3 = a_1 + 2r = 2 + 2 \cdot 3 = 8$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.</b>	$2x^2 + 1 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 4$ $x = -2$ sau $x = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>3.</b>	$3^{2x}(3^2 - 1) = 8 \Leftrightarrow 3^{2x} = 1$ $x = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>4.</b>	Mulțimea $A$ are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile Divizorii din mulțimea $A$ ai numărului 100 sunt 1, 2, 4 și 5, deci sunt 4 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{9}$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
<b>5.</b>	$ABCD$ este paralelogram și pentru $\{O\} = AC \cap BD$ , obținem $\overrightarrow{PO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC})$ $\overrightarrow{PO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD})$ , deci $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>6.</b>	$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \cos x + \cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4} =$ $= \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = 0$ , pentru orice număr real $x$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$A(0) = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 12 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 12 \cdot 3 - 0 \cdot 1 = 36 - 0 = 36$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$A(a) - (12+a)I_2 = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 1+a & -9 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) - (12+a)I_2) = \begin{vmatrix} 0 & a \\ 1+a & -9 \end{vmatrix} = -a(1+a)$ $a(1+a) = 0$ , de unde obținem $a = 0$ sau $a = -1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ , deci $X \cdot X = A(0) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a^2 + bc & b(a+d) \\ c(a+d) & d^2 + bc \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ Din $b(a+d) = 0$ și $c(a+d) = 1$ , rezultă $a+d \neq 0$ și $b = 0$ și, cum $d^2 + bc = 3$ , obținem $d^2 = 3$ , deci $d$ este număr irațional	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$1 \circ 1 = 1 + \sqrt[3]{1} - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x + \sqrt[3]{a} - 2 = x$ , pentru orice număr real $x$ $\sqrt[3]{a} = 2 \Leftrightarrow a = 8$	<b>2p</b> <b>3p</b>

c)	$x + \sqrt[3]{x^6} - 2 = 4$ , deci $x^2 + x - 6 = 0$ $x = -3$ sau $x = 2$	3p 2p
----	--	----------

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = (x^2)' - (2\sqrt{x^2-1})' = 2x - 2 \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} =$ $= 2x - \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} = 2x \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \right), x \in (1, +\infty)$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{x^2-1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}{x} =$ $= 2 \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1-\frac{1}{x^2}} = 2$	3p 2p
c)	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2\sqrt{x^2-1} \Leftrightarrow x^4 = 4(x^2-1) \Leftrightarrow (x^2-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2$ și, cum $x > 1$ , obținem $x = \sqrt{2}$ $A(\sqrt{2}, 0)$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ și, cum panta tangentei la graficul funcției $f$ în punctul $A$ este $f'(\sqrt{2}) = 0$ , obținem că axa $Ox$ este tangentă la graficul funcției $f$	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 (x^2 + 2x + 2) f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + 2x + 2) \frac{x}{x^2 + 2x + 2} dx = \int_0^1 x dx =$ $= \frac{x^2}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{2}$	2p 3p
b)	$\int_0^2 \left( f(x) + \frac{1}{x^2 + 2x + 2} \right) dx = \int_0^2 \frac{x+1}{x^2 + 2x + 2} dx = \frac{1}{2} \int_0^2 \frac{(x^2 + 2x + 2)'}{x^2 + 2x + 2} dx =$ $= \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2x + 2) \Big _0^2 = \frac{1}{2} \ln 5$	2p 3p
c)	$\int_1^e \left( \frac{1}{f(x)} - 2 \right) \ln x dx = \int_1^e \left( x + \frac{2}{x} \right) \ln x dx = \int_1^e x \ln x dx + 2 \int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx = \int_1^e \left( \frac{x^2}{2} \right)' \ln x dx + 2 \int_1^e (\ln x)' \ln x dx =$ $= \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx + 2 \cdot \frac{1}{2} \ln^2 x \Big _1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big _1^e + \ln^2 e - \ln^2 1 = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} + 1 = \frac{e^2 + 5}{4}$	3p 2p