Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 20

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\left(2-\frac{1}{2}\right)\left(3-\frac{1}{3}\right)\left(4-\frac{1}{4}\right):15=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+5$. Arătați că $f(x)-f(-x)=0$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x-3}=\sqrt{2x+1}$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, acesta să fie soluție a ecuației $x^2-3x+2=0$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$ şi $B(3,0)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin $O(0,0)$ și este paralelă cu dreapta AB.

5p **6**. Calculați aria rombului $ABCD$, știind că $AC=6$ și $BD=4$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=A-xI_2$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(B(0))=1$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Demonstrați că $\det(B(x))\geq 1$, pentru orice număr real x.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziţie $x*y=xy+x+y+4$.

5p **a)** Arătați că $2020*(-1)=3$.

5p **b)** Demonstrați că $x*y=(x+1)(y+1)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere întregi pentru care $m*n=2$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^4-4x^2-3$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=8x(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuația tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstrați că $-5\leq f(x)\leq -3$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-\sqrt{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^4\left(f(x)+\sqrt{x}\right)dx=21$.

5p **b)** Demonstrați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{2x\sqrt{x}}{3}+2020$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)+\sqrt{x}\right)e^x dx=e(2e-1)$.