

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$b_4 = b_1 q^3$, deci $2q^3 = -2$, unde q este rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ $q^3 = -1$, de unde obținem $q = -1$	3p 2p
2.	$f(0) = 3$ $f(6) = 6^2 - 6 \cdot 6 + 3 = 3$, deci $f(0) = f(6)$	2p 3p
3.	$x - 2 = 3$ $x = 5$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea A are 6 elemente, deci sunt 6 cazuri posibile Media aritmetică a elementelor mulțimii A este $m_a = \frac{1+2+3+7+8+9}{6} = 5$, deci sunt 3 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	2p 2p 1p
5.	$m_{d_1} = 3$, $m_{d_2} = a$ d_1 și d_2 sunt perpendiculare $\Leftrightarrow m_{d_1} \cdot m_{d_2} = -1 \Leftrightarrow 3a = -1$, de unde obținem $a = -\frac{1}{3}$	2p 3p
6.	$\triangle BDC$ este isoscel, deci $m(\sphericalangle ACB) = m(\sphericalangle DBC) = \frac{1}{2}m(\sphericalangle ABC)$ $m(\sphericalangle ABC) + m(\sphericalangle ACB) = 90^\circ$, deci $m(\sphericalangle ACB) = 30^\circ$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$4 * 0 = 4 + a \cdot 0 + 5 =$ $= 4 + 5 = 9$, pentru orice număr real a	3p 2p
2.	$x * y = x + y + 5$, deci $(x * y) * z = (x + y + 5) * z = x + y + 5 + z + 5 = x + y + z + 10$, pentru orice numere reale x , y și z $x * (y * z) = x * (y + z + 5) = x + y + z + 5 + 5 = x + y + z + 10 = (x * y) * z$, pentru orice numere reale x , y și z , deci legea de compoziție „*” este asociativă	3p 2p
3.	$x * y = y * x$, deci $x + ay + 5 = y + ax + 5$, pentru orice numere reale x și y $(a - 1)(x - y) = 0$, pentru orice numere reale x și y , de unde obținem $a = 1$	2p 3p
4.	Dacă e este elementul neutru, atunci $e * 0 = 0 \Rightarrow e + a \cdot 0 + 5 = 0$, de unde obținem $e = -5$ $0 * (-5) = 0 \Rightarrow -5a + 5 = 0$, de unde obținem $a = 1$	2p 3p
5.	$(x * x^2) * (x * x^2) = (x + x^2 + 5) * (x + x^2 + 5) = x + x^2 + 5 + x + x^2 + 5 + 5 = 2x^2 + 2x + 15$, pentru orice număr real x $2x^2 + 2x + 15 = 15 \Leftrightarrow 2x(x + 1) = 0$, de unde obținem $x = -1$ sau $x = 0$	2p 3p
6.	Pentru $a = -3$ obținem $x * y = x - 3y + 5$, deci ecuația devine $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ $(2^x - 1)(2^x - 2) = 0$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = 1$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 5 \cdot 5 - 4 \cdot 4 =$ $= 25 - 16 = 9$	3p
2.	$A - I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}, A - 9I_2 = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$ $(A - I_2)(A - 9I_2) = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	2p 3p
3.	$B = A - 5I_2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, B \cdot B = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$ <p>Suma elementelor matricei $B \cdot B$ este egală cu $16 + 16 = 32 = 2^5$, deci este divizibilă cu 2^5</p>	3p 2p
4.	$aA + I_2 = \begin{pmatrix} 5a+1 & 4a \\ 4a & 5a+1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(aA + I_2) = 9a^2 + 10a + 1, \text{ pentru orice număr real } a$ $9a^2 + 10a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = -1 \text{ sau } a = -\frac{1}{9}$	3p 2p
5.	$A \cdot M = \begin{pmatrix} 5x+4y & 13 \\ 4x+5y & 14 \end{pmatrix}, M \cdot A = \begin{pmatrix} 5x+4 & 4x+5 \\ 5y+8 & 4y+10 \end{pmatrix}, \text{ unde } x \text{ și } y \text{ sunt numere reale}$ $\begin{pmatrix} 5x+4y & 13 \\ 4x+5y & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5x+4 & 4x+5 \\ 5y+8 & 4y+10 \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } x = 2 \text{ și } y = 1$	2p 3p
6.	$A + xI_2 = \begin{pmatrix} 5+x & 4 \\ 4 & 5+x \end{pmatrix}, A - xI_2 = \begin{pmatrix} 5-x & 4 \\ 4 & 5-x \end{pmatrix}, \text{ pentru orice număr real } x$ $\det(A + xI_2) + \det(A - xI_2) = (5+x)^2 - 16 + (5-x)^2 - 16 = 2x^2 + 18 \geq 18, \text{ pentru orice număr real } x$	2p 3p