

**Examenul de bacalaureat național 2020**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Varianta 1**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați rația progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $b_1 = 2$  și  $b_4 = -2$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 6x + 3$ . Arătați că  $f(0) = f(6)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x-2) = 1$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $A = \{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$ , acesta să fie mai mic sau egal cu media aritmetică a elementelor mulțimii  $A$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră dreptele  $d_1$  și  $d_2$  de ecuații  $y = 3x - 1$ , respectiv  $y = ax + 5$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că dreptele  $d_1$  și  $d_2$  sunt perpendiculare.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$  și punctul  $D \in AC$ , piciorul bisectoarei unghiului  $B$ . Știind că  $BD = CD$ , arătați că  $m(\sphericalangle ACB) = 30^\circ$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = x + ay + 5$ , unde  $a$  este număr real.

- 5p** 1. Arătați că, pentru orice număr real  $a$ ,  $4 * 0 = 9$ .
- 5p** 2. Demonstrați că, pentru  $a = 1$ , legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p** 3. Determinați numărul real  $a$  pentru care legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 4. Arătați că, dacă legea de compoziție „ $*$ ” are element neutru, atunci  $a = 1$ .
- 5p** 5. Pentru  $a = 1$ , determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(x * x^2) * (x * x^2) = 15$ .
- 5p** 6. Pentru  $a = -3$ , determinați numerele reale  $x$  pentru care  $4^x * 2^x = 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- 5p** 1. Arătați că  $\det A = 9$ .
- 5p** 2. Arătați că  $(A - I_2)(A - 9I_2) = O_2$ .
- 5p** 3. Se consideră matricea  $B = A - 5I_2$ . Demonstrați că suma elementelor matricei  $B \cdot B$  este divizibilă cu  $2^5$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $\det(aA + I_2) = 0$ .
- 5p** 5. Determinați numerele reale  $x$  și  $y$  pentru care  $A \cdot M = M \cdot A$ , unde  $M = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{pmatrix}$ .
- 5p** 6. Demonstrați că  $\det(A + xI_2) + \det(A - xI_2) \geq 18$ , pentru orice număr real  $x$ .