

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\begin{aligned} z^2 - 4z + 5 &= (2+i)^2 - 4(2+i) + 5 = 4 + 4i + i^2 - 8 - 4i + 5 = \\ &= i^2 + 1 = -1 + 1 = 0 \end{aligned}$	3p 2p
2.	$M(0,2) \in G_f \Leftrightarrow f(0) = 2$ $a = 2$	3p 2p
3.	$x^3 = x^3 + 2x \Leftrightarrow 2x = 0$ $x = 0$	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de cinci cifre distințe, formate cu cifre din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ are $5! = 120$ de elemente, deci sunt 120 de cazuri posibile Numerele naturale de cinci cifre distințe, formate cu cifre din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, care au cifra zecilor egală cu 2 și cifra unităților egală cu 3, sunt 6, deci sunt 6 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$	2p 2p 1p
5.	$CA = CB \Leftrightarrow \sqrt{(4-0)^2 + (a-1)^2} = \sqrt{(4-2)^2 + (a-3)^2}$ $16 + a^2 - 2a + 1 = 4 + a^2 - 6a + 9 \Leftrightarrow a = -1$	3p 2p
6.	$A + B + C = \pi, 2B = A + C$ $3B = \pi \Rightarrow B = \frac{\pi}{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 1 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 1$	3p 2p
b)	$A(x)A(y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 + \ln(xy) \\ 0 & xy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 + \ln(yx) \\ 0 & yx & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A(y)A(x), \text{ pentru orice } x, y \in (0, +\infty)$	2p 3p
c)	$A\left(\frac{1}{3}\right)A(3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A\left(\frac{1}{2}\right)A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A\left(\frac{1}{3}\right) \cdot A\left(\frac{1}{2}\right) \cdot A(1) \cdot A(2) \cdot A(3) = A\left(\frac{1}{3}\right) \cdot A(3) \cdot A\left(\frac{1}{2}\right) \cdot A(2) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow n = 5$	2p 3p

2.a)	$1 * 2 = 1 \cdot 2 - 4(1+2) + 10 = 2 - 12 + 10 = 0$	3p 2p
b)	$x * 5 = x \cdot 5 - 4(x+5) + 20 = 5x - 4x - 20 + 20 = x$, pentru orice număr real x $5 * x = 5x - 4(5+x) + 20 = 5x - 20 - 4x + 20 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = 5$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	2p 3p
c)	$x * y = (x-4)(y-4) + a - 16$, pentru orice numere reale x și y $x, y \in H \Rightarrow x-4 \geq 0$ și $y-4 \geq 0$ și, cum $a \geq 20$, obținem $x * y \geq 4 \Rightarrow x * y \in H$, deci H este parte stabilă a multimii numerelor reale în raport cu legea de compoziție „*”	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 6^x \ln 6 - 3^x \ln 3 + 2^x \ln 2$, $x \in \mathbb{R}$ $f'(0) = \ln 6 - \ln 3 + \ln 2 = \ln 4$	3p 2p
b)	Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x-0)$ și, cum $f(0) = 1$, obținem $y = x \ln 4 + 1$ $\ln(16e) = a \ln 4 + 1 \Rightarrow 1 + \ln 16 = \ln(4^a) + 1$, deci $a = 2$	3p 2p
c)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(f(x))}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{f'(0)}{f(0)} =$ $= \frac{\ln 4}{1} = \ln 4$	3p 2p
2.a)	$\int_1^2 (x^2 + 3) f(x) dx = \int_1^2 (x^2 + 3 - 2x - 2) dx = \int_1^2 (x^2 - 2x + 1) dx = \frac{(x-1)^3}{3} \Big _1^2 =$ $= \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$	3p 2p
b)	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{2x}{x^2 + 3} - \frac{2}{x^2 + 3}\right) dx = \left(x - \ln(x^2 + 3) - \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}}\right) \Big _0^1 =$ $= 1 - \ln 4 - \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\pi}{6} + \ln 3 = 1 - \ln \frac{4}{3} - \frac{\pi \sqrt{3}}{9}$	3p 2p
c)	Pentru orice $x \in [0,1]$, $f'(x) = \frac{2(x-1)(x+3)}{(x^2+3)^2} \leq 0 \Rightarrow f(1) \leq f(x) \leq f(0) \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq \frac{1}{3}$ $0 \leq I_n \leq \int_0^1 \left(\frac{1}{3}\right)^n dx$, deci $0 \leq I_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ și, cum $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$, obținem că $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$	2p 3p