

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Se consideră numărul complex $z = 2 + i$. Arătați că $z^2 - 4z + 5 = 0$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul $M(0, 2)$ aparține graficului funcției f . |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x = \sqrt[3]{x^3 + 2x}$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de cinci cifre distincte, formate cu cifre din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, acesta să aibă cifra zecilor egală cu 2 și cifra unităților egală cu 3. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 1)$, $B(2, 3)$ și $C(4, a)$, unde a este un număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul C este situat pe mediatoarea segmentului AB . |
| 5p | 6. Măsurile unghiurilor A , B și C ale triunghiului ABC sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. Demonstrați că măsura unghiului B este egală cu $\frac{\pi}{3}$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|---|
| 5p | 1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 + \ln x \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $x \in (0, +\infty)$. |
| 5p | a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$. |
| 5p | b) Demonstrați că $A(x)A(y) = A(y)A(x)$, pentru orice $x, y \in (0, +\infty)$. |
| 5p | c) Determinați numărul natural n pentru care $A\left(\frac{1}{3}\right) \cdot A\left(\frac{1}{2}\right) \cdot A(1) \cdot A(2) \cdot A(3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 4(x + y) + a$, unde a este număr real. |
| 5p | a) Pentru $a = 10$, arătați că $1 * 2 = 0$. |
| 5p | b) Pentru $a = 20$, arătați că $e = 5$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”. |
| 5p | c) Demonstrați că, dacă $a \in [20, +\infty)$, atunci mulțimea $H = [4, +\infty)$ este parte stabilă a mulțimii numerelor reale în raport cu legea de compoziție „*”. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = 6^x - 3^x + 2^x$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(0) = \ln 4$. |
| 5p | b) Se consideră tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f . Determinați numărul real a pentru care punctul $A(a, \ln(16e))$ este situat pe această tangentă. |
| 5p | c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(f(x))}{x}$. |

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{2x}{x^2 + 3} - \frac{2}{x^2 + 3}$.

5p a) Arătați că $\int_1^2 (x^2 + 3) f(x) dx = \frac{1}{3}$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 1 - \ln \frac{4}{3} - \frac{\pi\sqrt{3}}{9}$.

5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul $I_n = \int_0^1 f^n(x) dx$. Arătați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$.