

**Examenul de bacalaureat național 2020**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\left(10 + \frac{1}{2}\right)\left(10 - \frac{1}{2}\right) = 100 - \frac{1}{4} =$	3p
	$= \frac{400 - 1}{4} = \frac{399}{4}$	2p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x + 1 = 10 - x$	3p
	$3x = 9 \Rightarrow x = 3$	2p
3.	$x^2 + 13 = 7^2 \Rightarrow x^2 - 36 = 0$	3p
	$x = -6$ sau $x = 6$ , care convin	2p
4.	$p - \frac{20}{100} \cdot p = 800$ , unde $p$ este prețul tabletei înainte de ieftinire	3p
	$p = 1000$ de lei	2p
5.	$AB = 6$	2p
	$AM = \frac{AB}{2} = 3$	3p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ , $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	2p
	$2 \sin^2 30^\circ - \sin^2 45^\circ = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{2}{4} = 0$	3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 =$	3p
	$= -1 - 1 = -2$	2p
b)	$A(a) \cdot A(-a) = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a+1 & 1 \\ 1 & -a-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-a^2 & 0 \\ 0 & 2-a^2 \end{pmatrix} =$	3p
	$= (2-a^2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (2-a^2)I_2$ , pentru orice număr real $a$	2p
c)	$A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = -1 \neq 0$ , deci există $(A(1))^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$	3p
	$X = A^{-1}(1) \cdot A(2) \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	2p
2.a)	$3 * 2 = 3^2 + 3 \cdot 2 - 3 - 2 + 1 =$	3p
	$= 9 + 6 - 3 - 2 + 1 = 11$	2p

<b>b)</b>	$x * (-x) = x^2 + x \cdot (-x) - x - (-x) + 1 =$ $= x^2 - x^2 - x + x + 1 = 1$ , pentru orice număr real $x$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$2^{2x} + 4 \cdot 2^x - 2^x - 4 + 1 = 1 \Leftrightarrow 2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 4 = 0 \Leftrightarrow (2^x + 4)(2^x - 1) = 0$ $2^x = 1$ , de unde obținem $x = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{(2x+2)(x^2+2x+2) - (x^2+2x+3)(2x+2)}{(x^2+2x+2)^2} =$ $= \frac{(2x+2)(x^2+2x+2 - x^2 - 2x - 3)}{(x^2+2x+2)^2} = \frac{-2(x+1)}{(x^2+2x+2)^2}, x \in \mathbb{R}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+2x+3}{x^2+2x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)} = 1$ Dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției $f$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ; pentru $x \in (-\infty, -1]$ , $f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $(-\infty, -1]$ și pentru $x \in [-1, +\infty)$ , $f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $[-1, +\infty)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ , $f(-1) = 2$ , $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ , $f$ este continuă și $f(x) \neq 1$ , pentru orice număr real $x$ , deci $\text{Im } f = (1, 2]$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 f(x) \sqrt{x^2+4} dx = \int_0^1 (x+2) dx =$ $= \left( \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big _0^1 = \frac{5}{2}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$\int_0^1 (f^2(x) - 1) dx = \int_0^1 \left( \frac{x^2+4x+4}{x^2+4} - 1 \right) dx = \int_0^1 \frac{4x}{x^2+4} dx =$ $= 2 \ln(x^2+4) \Big _0^1 = 2 \ln 5 - 2 \ln 4 = 2 \ln \frac{5}{4}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$F(x) = \int_0^x f(t) dt = \int_0^x \frac{t}{\sqrt{t^2+4}} dt + \int_0^x \frac{2}{\sqrt{t^2+4}} dt = \left( \sqrt{t^2+4} + 2 \ln(t + \sqrt{t^2+4}) \right) \Big _0^x =$ $= \sqrt{x^2+4} + 2 \ln(x + \sqrt{x^2+4}) - 2 - 2 \ln 2, x \in \mathbb{R}$	<b>3p</b> <b>2p</b>