

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p 1. Arătați că $\left(10 + \frac{1}{2}\right)\left(10 - \frac{1}{2}\right) = \frac{399}{4}$.

5p 2. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 10 - x$.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(x^2 + 13) = 2$.

5p 4. După o ieftinire cu 20%, prețul unei tablete este 800 de lei. Determinați prețul tabletei înainte de ieftinire.

5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(2,7)$. Punctul M este mijlocul segmentului AB . Calculați lungimea segmentului AM .

5p 6. Arătați că $2\sin^2 30^\circ - \sin^2 45^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p a) Arătați că $\det(A(0)) = -2$.

5p b) Arătați că $A(a) \cdot A(-a) = (2 - a^2)I_2$, pentru orice număr real a , unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A(1) \cdot X = A(2)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 + xy - x - y + 1$.

5p a) Arătați că $3 * 2 = 11$.

5p b) Demonstrați că $x * (-x) = 1$, pentru orice număr real x .

5p c) Determinați numărul real x pentru care $2^x * 4 = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2x + 2}$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x^2 + 2x + 2)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Determinați imaginea funcției f .

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 + 4}}$.

5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) \sqrt{x^2 + 4} dx = \frac{5}{2}$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 (f^2(x) - 1) dx = 2 \ln \frac{5}{4}$.

5p c) Determinați $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, primitiva lui f pentru care $F(0) = 0$.