

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(0,25 \cdot 10 - \frac{1}{2}\right)\left(0,25 \cdot 10 + \frac{1}{2}\right) = 6$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - ax + 1$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(2,1)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+2} + 3^x = 30$.
- 5p** 4. Un obiect costă 500 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 20%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$ și $B(8,3)$. Punctul M este mijlocul segmentului AB . Calculați distanța de la punctul M la punctul $O(0,0)$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu $AB = 5$ și $AC = 10$. Calculați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p** b) Arătați că $A \cdot A - 3A = I_2$.
- 5p** c) Se consideră matricea $X = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale. Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot X - X \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 4xy + x + y$.
- 5p** a) Arătați că $3 \circ 2 = 29$.
- 5p** b) Demonstrați că $x \circ y = \frac{(4x+1)(4y+1)-1}{4}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x \circ x \leq 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + \frac{x}{x^2+1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = e^x + \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $\frac{2-e}{2e} \leq f(x) \leq \frac{2e+1}{2}$, pentru orice $x \in [-1,1]$.

2. Se consideră funcția $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$.

5p a) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx = \frac{5}{2}$.

5p b) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$, este egal cu $\frac{17\pi}{12}$.

5p c) Determinați numărul real a , știind că $\int_1^e \frac{f(x)\sqrt{x} \ln x}{x+1} dx = \frac{e^2 + a}{4}$.