

**EXAMENUL NATIONAL DE DEFINITIVARE
ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT**

**PROGRAMA
PENTRU
DISCIPLINA
MATEMATICĂ**

**- București -
2020**

A. NOTĂ DE PREZENTARE

Programa pentru disciplina *Matematică* se adresează profesorilor de matematică, absolvenți ai învățământului superior de specialitate, care se prezintă la *Examenul național de definitivare în învățământ*.

Programa pentru *Examenul național de definitivare în învățământ* este elaborată luând în considerare și programele școlare în vigoare în învățământul gimnazial și liceal, disciplina *Matematică*. Acordarea definitivării în învățământ semnifică recunoașterea competențelor minim acceptabile dobândite de către o persoană care a optat pentru cariera didactică și care garantează, în acest fel, că dispune de pregătirea necesară pentru exercitarea profesiei didactice și că poate intra pe o rută ascendentă de profesionalizare.

Din această perspectivă aspectele fundamentale vizate prin această programă sunt:

- utilizarea conținuturilor științifice de specialitate fundamentale și a conexiunilor pe care *Matematica* le are cu alte discipline studiate în gimnaziu și în liceu;
- aplicarea conceptelor de bază și a principiilor didacticii generale și ale metodicii predării matematicii în gimnaziu și în liceu în contexte educaționale specifice.

Această programă are în vedere **competențe** asociate atât conținuturilor științifice de specialitate, cât și conținuturilor metodicii predării matematicii, competențe pe care profesorul de matematică trebuie să și le formeze/dezvolte și care sunt evaluate, în vederea certificării, în cadrul *Examenului național de definitivare în învățământ*.

Competențele de evaluat asociate conținuturilor științifice de specialitate fundamentale și a conexiunilor pe care *Matematica* le are cu alte discipline studiate în învățământul preuniversitar

1. Identificarea unor date, concepte, relații specifice matematicii și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual specifice matematicii cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor, algoritmilor și a procedurilor specifice matematicii pentru a caracteriza local sau global o situație concretă
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a caracteristicilor cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora
5. Analizarea și interpretarea caracteristicilor unor relații sau procese specifice matematicii pornind de la situații reale sau ipotetice
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

Competențele de evaluat asociate conceptelor de bază și principiilor didacticii generale și ale metodicii predării matematicii în gimnaziu și în liceu

1. Identificarea strategiilor didactice adaptate particularităților de vârstă și individuale ale elevilor în vederea utilizării acestora în procesul de predare-învățare-evaluare la *Matematică*
2. Proiectarea activității didactice, la disciplina *Matematică*, pentru o unitate de învățare, un curriculum la decizia școlii etc.
3. Asigurarea concordanței între metodele de evaluare, competențele specifice, conținuturile și instrumentele de evaluare, în cadrul unei activități didactice la disciplina *Matematică*
4. Exprimarea în limbaj specific a caracteristicilor strategiilor didactice alese la disciplina *Matematică* pentru realizarea unei activități didactice interactive, stimulative, participative
5. Analizarea activității didactice proiectate la disciplina *Matematică*, în vederea corelării acesteia cu particularitățile de vârstă și individuale ale elevilor
6. Adecvarea metodelor și a instrumentelor de evaluare la competențele specifice vizate și la conținuturile asociate pentru realizarea unor activități didactice interactive, stimulative, participative la disciplina *Matematică*

B. TEMATICA ȘTIINȚIFICĂ PENTRU DISCIPLINA *MATEMATICĂ*

Algebră (cu elemente de logică matematică, teoria mulțimilor, aritmetică, teoria probabilităților și statistică)

Propoziții. Operatori logici. Predicate. Cuantificator universal și cuantificator existențial.

Mulțimi. Operații cu mulțimi. Mulțimi de numere ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$). Metoda inducției matematice. Relații binare. Relații de ordine. Relații de echivalență, clase de echivalență. Numere cardinale. Mulțimi finite și mulțimi infinite. Mulțimi numărabile și mulțimi de puterea continuului.

Funcții. Funcții injective, surjective, bijective. Compunerea funcțiilor. Funcții inversabile, inversa unei funcții. Funcții reale de variabilă reală; operații; graficul unei funcții, axe de simetrie, centre de simetrie. Funcții monotone, mărginite, periodice, pare, impare, convexe, concave.

Șiruri de numere reale. Șiruri recurente. Progresii aritmetice și progresii geometrice.

Numere naturale și numere întregi. Teorema împărțirii cu rest. Divizibilitate. Criterii de divizibilitate. Numere prime. Teorema fundamentală a aritmeticii. *C.m.m.d.c.*, *c.m.m.m.c* a două sau mai multor numere întregi. Algoritmul lui Euclid pentru determinarea *c.m.m.d.c.* a două numere întregi. Ecuații diofantice de forma $ax + by = c$.

Probleme de numărare. Principiul includerii și excluderii. Principiul produsului cartezian. Permutări, aranjamente, combinări. Binomul lui Newton.

Evenimente aleatoare, operații cu evenimente. Probabilitatea unui eveniment în cazul evenimentelor elementare egal probabile (cazul finit). Probabilități condiționate. Evenimente independente. Scheme clasice de probabilitate (Poisson și Bernoulli). Variabile aleatoare discrete. Date statistice. Reprezentarea grafică a datelor statistice. Eșantionare. Frecvență. Medii. Dispersie.

Radicalul de ordinul n dintr-un număr real. Puteri cu exponent rațional și puteri cu exponent real. Funcția exponențială și funcția logaritmică.

Numere complexe. Forma algebrică, modulul și conjugatul unui număr complex. Forma trigonometrică a unui număr complex. Operații cu numere complexe. Formula lui Moivre. Rădăcinile de ordinul n ale unui număr complex. Ecuații binome. Interpretări geometrice ale operațiilor cu numere complexe. Aplicații în geometrie ale numerelor complexe.

Legi de compoziție. Asociativitate, comutativitate, element neutru, elemente simetrizabile. Monoid, grup, subgrup. Morfisme și izomorfisme de grupuri. Teorema lui Lagrange. Grup ciclic. Ordinul unui element într-un grup. Grupul permutărilor de grad n . Signatura unei permutări. Transpoziții.

Inel unitar, subinel, divizori ai lui zero. Inel integru. Grupul unităților unui inel. Caracteristica unui inel. Inelul claselor de resturi modulo n . Indicatorul lui Euler. Mica teoremă a lui Fermat, teorema lui Euler, teorema lui Wilson. Corp, subcorp. Morfisme și izomorfisme de inele și corpuri. Lema chinezească a resturilor.

Inelul polinoamelor de o nedeterminată, cu coeficienți într-un inel comutativ. Gradul unui polinom. Funcție polinomială. Teorema împărțirii cu rest pentru polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ. Divizibilitate, asociere în divizibilitate, *c.m.m.d.c.* și *c.m.m.m.c.* a două sau mai multor polinoame, algoritmul lui Euclid pentru determinarea *c.m.m.d.c.* a două polinoame. Rădăcinile unui polinom cu coeficienți într-un inel integru. Schema lui Horner. Teorema lui Bézout. Polinoame cu coeficienți complecși. Teorema fundamentală a algebrei. Rădăcini multiple. Derivata formală a unui polinom. Formula lui Taylor pentru polinoame cu coeficienți într-un corp de caracteristică zero. Teorema de caracterizare a rădăcinilor multiple pentru un polinom cu coeficienți într-un corp de caracteristică zero. Relațiile lui Viète. Polinoame cu coeficienți reali, raționali, întregi. Polinoame ireductibile.

Spațiu vectorial, subspațiu. Dependență liniară, independență liniară, sistem de generatori. Bază a unui spațiu vectorial. Aplicație liniară. Matrice cu elemente într-un inel comutativ. Operații cu matrice. Transpusa unei matrice. Determinantul de ordinul n . Proprietăți ale determinantilor. Determinantul produsului a două matrice. Matrice inversabilă, inversa unei matrice. Matricea asociată unei aplicații liniare.

Sisteme de ecuații liniare. Teorema lui Cramer. Rangul unei matrice cu elemente într-un corp comutativ. Teorema Kronecker-Capelli. Sisteme omogene. Metoda lui Gauss de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare.

Graf, graf arbore. Distanță, drumuri, lungimea unui drum.

Geometrie și trigonometrie

Punct, dreaptă, plan; axiome de incidență.

Segment, triunghi, semidreaptă, semiplan, unghi, poligon, poligon convex.

Distanța dintre două puncte. Lungimea unui segment, măsura unui unghi. Congruența segmentelor, a unghiurilor și a triunghiurilor. Inegalități între laturile și unghiurile unui triunghi.

Drepte paralele în plan, axioma de paralelism, perechi de unghiuri congruente formate de o secantă cu două drepte paralele. Suma măsurilor unghiurilor într-un triunghi. Patrulater: paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat, trapez. Linii importante într-un triunghi. Concurența medianelor, înălțimilor, mediatoarelor, respectiv bisectoarelor într-un triunghi.

Teorema lui Thales. Asemănarea triunghiurilor. Relații metrice într-un triunghi. Teorema lui Menelaus și teorema lui Ceva.

Cercul. Cercul înscris și cercul circumscris unui triunghi. Coarde, arce și unghiuri în cerc. Puterea unui punct față de un cerc, axă radicală a două cercuri. Poligoane înscrise sau circumscrise unui cerc, poligoane regulate. Lungimea cercului și lungimea arcului de cerc.

Aria suprafețelor poligonale plane. Aria discului și aria sectorului de cerc.

Drepte paralele în spațiu, dreaptă paralelă cu un plan, plane paralele. Unghiul a două drepte, drepte perpendiculare. Dreaptă perpendiculară pe un plan, teorema celor trei perpendiculare, plane perpendiculare. Proiecții. Unghiul unei drepte cu un plan, unghiul a două plane. Distanța de la un punct la un plan. Perpendiculara comună a două drepte necoplanare, distanța dintre două drepte.

Corpuri poliedrale: prisma, piramida, trunchiul de piramidă. Corpuri de rotație: sfera, cilindrul circular drept, conul circular drept, trunchiul de con circular drept. Secțiuni cu un plan. Arii și volume.

Vectori în plan. Operații cu vectori: adunarea, înmulțirea cu numere reale, produsul scalar. Vectori de poziție.

Geometrie analitică în plan. Reper cartezian. Ecuații ale dreptei. Condiții de coliniaritate, paralelism și perpendicularitate. Determinarea unghiului a două drepte. Distanța de la un punct la o dreaptă. Aria unui triunghi. Ecuațiile cercului. Ecuația carteziană redusă a elipsei, a hiperbolei, a parabolei. Tangente la cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă.

Funcții trigonometrice, formule fundamentale, funcții trigonometrice inverse. Ecuații trigonometrice. Aplicații ale trigonometriei în geometrie.

Locuri geometrice.

Analiză matematică

Mulțimea numerelor reale: structura algebrică, structura de ordine. Mulțimi mărginite. Axioma lui Cantor-Dedekind. Vecinătăți. Puncte interioare, aderente, de acumulare. Mulțimi deschise, închise, compacte. Dreapta reală încheiată.

Șiruri de numere reale. Subșir. Limita unui șir. Convergența șirurilor monotone și mărginite. Criterii de majorare, criteriul cleștelui, trecerea la limită în inegalități. Operații cu șiruri care au limită, cazuri de nedeterminare. Criteriul raportului, lemele Stolz-Cesarò, criteriul rădăcinii. Șiruri cu limita e , șirul sumelor parțiale ale seriei armonice generalizate.

Funcții reale de o variabilă reală; limite de funcții, definiții echivalente. Operații cu limite de funcții, cazuri de nedeterminare. Asimptote.

Continuitate. Puncte de discontinuitate. Operații cu funcții continue. Funcții continue pe intervale, teorema lui Weierstrass, proprietatea lui Darboux. Discontinuități ale funcțiilor monotone și discontinuități ale funcțiilor cu proprietatea lui Darboux. Continuitate uniformă.

Derivabilitate. Operații cu funcții derivabile. Proprietăți ale funcțiilor derivabile, derivata funcției inverse. Derivate de ordin superior. Tangenta la graficul unei funcții într-un punct, puncte

de întoarcere, puncte unghiulare. Puncte de extrem local. Teorema lui Fermat. Teorema lui Rolle. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy. Teorema lui Darboux. Studiul monotoniei și al convexității cu ajutorul derivatelor. Puncte de inflexiune. Reprezentarea grafică a unei funcții reale de o variabilă reală. Teoremele lui l'Hospital.

Integrabilitate Riemann, criteriul lui Darboux. Integrabilitatea funcțiilor monotone și a funcțiilor continue. Teorema de medie. Primitive, teorema de existență a primitivelor funcțiilor continue. Formula Leibniz-Newton. Metode de calcul al integralelor. Aplicații ale calculului integral în geometrie.

C. BIBLIOGRAFIE ORIENTATIVĂ PENTRU TEMATICA ȘTIINȚIFICĂ - DISCIPLINA MATEMATICĂ

***Programe școlare în vigoare pentru matematică, <http://programe.ise.ro>

1. Becheanu, M., Dincă, A., Ion, I., Niță, C., Purdea, I., Radu, N., Ștefănescu, Mirela, Vraciu, C.: *Algebră pentru perfecționarea profesorilor*, EDP, București, 1983
2. Brânzei, D., Onofraș, E., Anița, S.: *Bazele raționamentului geometric*, Editura Academiei, București, 1983
3. Miron, R., Papuc, D. (coord.): *Geometrie pentru perfecționarea profesorilor*, EDP, București, 1983
4. Câmpu, E.,ș.a.: *Analiza matematică, pentru perfecționarea profesorilor, vol. I, II, III*, EDP, București, 1980, 1983, 1986
5. Panaitopol, L., Gica, Al.: *Elemente de teoria numerelor*, Editura Universității din București, 2001
6. Panaitopol, L., Șerbănescu, D.: *Probleme de teoria numerelor și combinatorică*, Editura Gil, Zalău, 2002
7. Singer, Mihaela ș.a.: *Statistică și probabilități – curs introductiv pentru elevi, studenți și profesori*, Editura Sigma, București, 2003
8. Tomescu, I.: *Probleme de combinatorică și teoria grafurilor*, EDP, București, 1981

D. TEMATICA PENTRU METODICA PREDĂRII MATEMATICII

I. Procesul educațional - abordare sistemică

1. Predarea, învățarea și evaluarea - componente fundamentale ale procesului educațional.
2. Variabile ale procesului de învățământ și relația dintre ele (competențe, cunoștințe, abilități, deprinderi, valori și atitudini).

II. Proiectarea, organizarea și desfășurarea activității didactice

1. Componentele curriculumului național: planuri-cadru (trunchi comun, curriculum diferențiat, curriculum la decizia școlii), programe școlare. Manuale școlare, auxiliare didactice. Alți termeni de referință ai curriculumului național: arii curriculare, discipline, module, standarde curriculare.
2. Competențele asociate procesului de predare-învățare-evaluare la *Matematică*. Competențe generale, competențe specifice.
3. Proiectarea activității didactice: planificarea calendaristică, proiectarea unității de învățare.
4. Proiectarea curriculumului la decizia școlii (aprofundare/extindere/opțional ca disciplină nouă): structură, condiționări, modalități de adecvare la grupuri țintă diferite.

III. Strategii didactice utilizate în procesul de predare-învățare-evaluare la *Matematică*

1. Metode didactice specifice matematicii (învățarea prin descoperire, rolul problemelor în învățarea matematicii, rolul exemplelor și contraexemplurilor în procesul de predare-învățare-evaluare, învățarea prin problematizare, învățarea prin cercetare, învățarea prin cooperare, „flipped learning” etc.); metode de învățare centrate pe elev, strategii de predare-învățare-evaluare care să permită adaptarea demersului didactic la nevoile elevilor, cu accent pe elevii în risc de excludere
2. Forme de organizare a activității didactice (frontal, pe grupe, individual): clasificare, caracterizare, avantaje și limite.
3. Mijloace de învățământ (tipuri, caracterizare, funcții didactice); integrarea lor în procesul de predare-învățare-evaluare.

IV. Elemente de evaluare educațională

1. Relația dintre curriculum și evaluare - efecte educaționale. Scopul evaluării educaționale. Etapele procesului de evaluare. Funcțiile generale și specifice ale evaluării performanțelor elevilor. Strategii/moduri și tipuri de evaluare.
2. Metode de evaluare a rezultatelor școlare: metode „tradiționale” și metode „alternative”. Relația dintre metoda și instrumentul de evaluare.
3. Testul docimologic – instrument de evaluare (concept, tipologie, proiectare, administrare, diseminarea rezultatelor).
4. Tipologia itemilor (definiție, clasificări, caracteristici, reguli de proiectare, modalități de evaluare și de notare, avantaje și limite în proiectare și în utilizare).
5. Calitățile instrumentelor de evaluare. Matricea de specificații și rolul acestora în proiectarea instrumentelor de evaluare.
6. Elemente de deontologie în procesul de evaluare. Factori care pot genera distorsiuni în procesul evaluării educaționale. Erori în evaluare și în notare. Calitățile evaluatorului.

V. Informatizarea și învățarea multimedia.

1. Tehnici informaționale computerizate, instruirea asistată de calculator și învățarea multimedia.
2. Eficientizarea utilizării tehnologiei informației și comunicării în construirea unor medii active de instruire.
3. Integrarea în activitatea didactică a unor strategii inovative, centrate pe educația online și pe utilizarea tehnologiilor și a platformelor educaționale, cu rol de facilitare a învățării.

E. BIBLIOGRAFIE ORIENTATIVĂ PENTRU METODICA PREDĂRII MATEMATICII

*** *Programe școlare în vigoare pentru matematică*, <http://programe.ise.ro>

*** *Ghid de evaluare la disciplina matematică*, Editura ERC PRESS, București, 2011, <https://insam.softwin.ro>

*** *Programul Național de Dezvoltare a Competențelor de Evaluare ale Cadrelor Didactice (DeCeE)*, MEN – CNCEÎP, București, 2008

*** *Proiectul „Curriculum Relevant, Educație Deschisă pentru toți”* – CRED, MEC – ISE; București, 2017, www.educared.ro

1. Bocoș M., Jucan D., *Fundamentele pedagogiei. Teoria și metodologia curriculumului. Repere și instrumente didactice pentru formarea profesorilor*, Editura Paralela 45, Pitești, 2019
2. Brânzei, D., Brânzei, Roxana: *Metodica predării matematicii*, Editura Paralela 45, Pitești, 2000
3. Catană, Aurelia, Săcuiu, Mihaela, Stănășilă, O.: *Metodica predării analizei matematice*, EDP, București, 1983
4. Ciolan L., *Învățarea integrată - fundamente pentru un curriculum transdisciplinar*, Editura Polirom, Iași, 2008
5. Cîrjan, F.: *Didactica matematicii*, Editura Corint, București, 2007
6. Cristea, S.: *Fundamentele pedagogiei*, Editura Polirom, Iași, 2010
7. Cucos, C.: *Psihopedagogie pentru examenele de definitivare și grade didactice*, Editura Polirom, Iași, 2009
8. Cucos, C.: *Teoria și metodologia evaluării*, Editura Polirom, 2008
9. Noveanu Gabriela Nausica (coord.) *Culegere de itemi matematică*, EDP, București, 2013, <http://www.ise.ro/resurse-timss-si-pirls>
10. Oprea, Crenguța-Lăcrămioara: *Strategii didactice interactive*, EDP, București, 2009
11. Polya, G.: *Descoperirea în matematică*, EDP, București, 1971
12. Savu, I. ș.a.: *Modele de teste și probleme propuse pentru Concursul pentru ocuparea posturilor didactice 2006*, Editura Grup Editorial Art, 2006
13. Stoica, A.: *Evaluarea progresului școlar. De la teorie la practică*, Editura Humanitas Educațional, București, 2003
14. Voica C. (coord.): *Greșeli tipice în învățarea matematicii*, EDP, București 2013, <http://www.ise.ro/resurse-timss-si-pirls>
15. Voica C. (coord.): *Învățarea matematicii. Ghid metodologic pentru un demers didactic eficient*, EDP, București 2013, <http://www.ise.ro/resurse-timss-si-pirls>