

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÎNTUL PREUNIVERSITAR

14 iulie 2021

Probă scrisă

MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1.	a) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 1}{\frac{1}{x}} = \frac{-x^2 + 2x + 1}{x}$ , pentru orice număr real nenul $x$	4p
	$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x} + \frac{-x^2 + 2x + 1}{x} = \frac{4x}{x} = 4$ , pentru orice număr real nenul $x$	3p
b)	Dreapta $y = a$ , unde $a$ este număr real, intersectează graficul funcției $f$ în exact două puncte $\Leftrightarrow$ ecuația $f(x) = a$ are exact două soluții reale nenule și distincte	3p
	$f(x) = a \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = ax \Leftrightarrow x^2 + (2 - a)x - 1 = 0$ , $x \in \mathbb{R}^*$	2p
	Cum $\Delta = (2 - a)^2 + 4 > 0$ , ecuația $x^2 + (2 - a)x - 1 = 0$ are două soluții reale distincte și, cum 0 nu este soluție a ecuației $x^2 + (2 - a)x - 1 = 0$ , obținem că, pentru orice număr real $a$ , ecuația $f(x) = a$ are exact două soluții reale nenule și distincte	3p
2.	a) Triunghiul $ABC$ este dreptunghic în $A$ , deci $\sphericalangle MBC = 90^\circ - \sphericalangle ACB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ $\sphericalangle MCB = \sphericalangle ACB - \sphericalangle ACM = 50^\circ - 10^\circ = 40^\circ$ , deci $\sphericalangle MCB \equiv \sphericalangle MBC$ Triunghiul $MCB$ este isoscel cu vârful în $M$ , deci $MB = MC$	2p 3p 2p
	b) Dacă punctul $P$ este simetricul punctului $M$ față de punctul $A$ , cum $AC \perp AB$ , obținem că $\triangle PCM$ este isoscel, deci $PC = MC$ $\sphericalangle PNC = 50^\circ$ , $\sphericalangle ACN = 50^\circ - 10^\circ = 40^\circ$ și, cum $\sphericalangle ACM = \sphericalangle ACP$ , obținem $\sphericalangle PCN = 50^\circ$ , deci $\triangle PCN$ este isoscel $\Rightarrow PC = PN$ $MB = MC$ , deci $PN = MB \Rightarrow MN + PM = BN + MN$ , de unde obținem $PM = BN$ , deci $BN = 2AM$	2p 3p 3p
3.	a) $f(-1) = (-1)^3 - (a+1) \cdot (-1) - a = -1 + a + 1 - a = 0$ , pentru orice număr real $a$ , deci polinomul $f$ se divide cu polinomul $X + 1$ , pentru orice număr real $a$	3p 4p
	b) $x_1, x_2$ și $x_3$ sunt numere întregi și $x_1 x_2 x_3 = a$ , deci $a$ este număr întreg $f = (X + 1)(X^2 - X - a)$ , deci polinomul $X^2 - X - a$ are rădăcini întregi	2p 3p
	Cum $\Delta = 1 + 4a$ , obținem că $1 + 4a = (2k + 1)^2$ , unde $k \in \mathbb{N}$ , adică $1 + 4a = 4k^2 + 4k + 1$ , deci $a = k(k + 1)$ , $k \in \mathbb{N}$	3p

<b>4.</b>	<p><b>a)</b> <math>f'(x) = 1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2+9}} =</math></p> $= 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} = \frac{\sqrt{x^2+9} + x}{\sqrt{x^2+9}}, \text{ deci } \sqrt{x^2+9} \cdot f'(x) = \sqrt{x^2+9} + x = f(x), \text{ pentru orice număr real } x$	<b>4p</b>
	<p><b>b)</b> <math>\int_0^4 \ln(f(x)) dx = \int_0^4 x' \cdot \ln(f(x)) dx =</math></p> $= x \ln(f(x)) \Big _0^4 - \int_0^4 x \cdot \frac{f'(x)}{f(x)} dx = x \ln(f(x)) \Big _0^4 - \int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} dx =$	<b>2p</b>
	$= 4 \ln(f(4)) - \sqrt{x^2+9} \Big _0^4 = 4 \ln 9 - 5 + 3 = 8 \ln 3 - 2$	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<p><i>Itemul de completare elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare selectate</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<p><i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare selectate</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<p><i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare selectate</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea detaliată și corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p> <p><b>3p</b></p>