



Olimpiada Națională GAZETA MATEMATICĂ

Clasa a VII-a



Model subiect

Etapa I / Etapa a II-a

Timp de lucru: 120 de minute.

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Partea fracționară a numărului $a = -12,37$ este:
A. 0,37 B. -0,37 C. 0,63 D. -0,63
2. Mulțimea numerelor naturale n pentru care fracția $\frac{n+1}{3n+4}$ este ireductibilă este:
A. $\{0,1,2\}$ B. \mathbb{N} C. $\{1,2,3,5\}$ D. $\{0,1,2,3,4,5\}$
3. Valoarea sumei $\frac{1}{0,0(5)} + \frac{1}{0,0(05)} + \frac{1}{0,0(005)} + \frac{1}{0,0(0005)}$ este:
A. 22 212 B. 22 012 C. 22 232 D. 22 213
4. Inversul numărului $a = \left(-\frac{3}{5}\right)^8 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^9 : \left(-\frac{3}{5}\right)^{2^4} \cdot (-1)^{n(n+1)}$, unde $n \in \mathbb{N}$, este:
A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $-\frac{5}{3}$
5. Se dau numerele $a = 2^{61}$ și $b = 3^{41}$. Mulțimea numerelor naturale n care verifică inegalitatea $\frac{2^{3n+1}}{3^{2n+1}} > \frac{a}{b}$ este:
A. $\{1,2,3,\dots,20\}$ B. $\{0,1,2,\dots,19\}$ C. $\{0,1,2,\dots,20\}$ D. \mathbb{N}
6. Valoarea sumei $|\pi - \sqrt{10}| + |\pi + \sqrt{10}|$ este:
A. 2π B. $2\sqrt{10}$ C. 0 D. π
7. Numărul $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2022} + 2022$ aparține mulțimii:
A. \mathbb{N} B. \mathbb{Z} C. $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ D. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
8. Dacă $n = \overline{200xyz5}$ este pătrat perfect, atunci suma cifrelor numărului \sqrt{n} este egală cu:
A. 10 B. 11 C. 9 D. 12
9. Dacă $a = \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}}$, atunci a este egal cu:
A. 8 B. $2\sqrt{7}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{8}$
10. Numărul natural nenul n pentru care $\frac{2\sqrt{n} - 5\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{n}}$ este număr întreg este egal cu:
A. 15 B. 121 C. 36 D. 108

11. Fie I centrul cercului înscris în triunghiul ABC . Știind că $\sphericalangle BAC = 60^\circ$ și $AI = 4$ cm, distanța de la I la dreapta BC este egală cu:
A. 4 cm **B.** $\sqrt{2}$ cm **C.** 2 cm **D.** $4\sqrt{2}$ cm
12. În triunghiul obtuzunghic ABC , cu $\sphericalangle BAC = 48^\circ$, se notează cu H ortocentrul. Măsura unghiului BHC este egală cu:
A. 48° **B.** 132° **C.** 120° **D.** 38°
13. Într-un paralelogram $ABCD$, cu $AB = 2BC$, se notează cu P mijlocul laturii $[CD]$. Măsura unghiului APB este:
A. 60° **B.** 120° **C.** 45° **D.** 90°
14. Fie ABC un triunghi oarecare. Latura $[BC]$ se prelungeste cu segmentul $[CM]$, $[CM] \equiv [BC]$, iar latura $[CA]$ se prelungeste cu segmentul $[AN]$, $[AN] \equiv [CA]$. Fie P punctul de intersecție dintre dreptele AB și MN . Atunci:
A. $AB = 2AP$ **B.** $AB = 3AP$ **C.** $AB = 4AP$ **D.** $AB = 2,5 \cdot AP$
15. Fie $ABCD$ un paralelogram cu $AB > AD$. Punctele de intersecție ale bisectoarelor unghiurilor paralelogramului sunt vârful unui:
A. romb **B.** pătrat **C.** dreptunghi **D.** trapez isoscel
16. În interiorul pătratului $ABCD$ se construiește triunghiul echilateral ABE . Măsura unghiului ACE este:
A. 30° **B.** 15° **C.** 45° **D.** 105°
17. Un trapez isoscel cu diagonalele perpendiculare are lungimea liniei mijlocii egală cu a . Aria trapezului este egală cu:
A. $2a^2$ **B.** $a^2\sqrt{2}$ **C.** $\frac{a^2}{4}$ **D.** a^2

Problemele **18-20** se referă la următorul enunț:

Pe un cerc de centru O se consideră punctele A, B, C, D , în această ordine, astfel încât măsurile arcelor mici AB, BC, CD sunt egale cu $48^\circ, 97^\circ$, respectiv 102° .

18. Măsura unghiului ascuțit format de diagonalele patrulaterului $ABCD$ este egală cu:
A. 65° **B.** 85° **C.** 75° **D.** 89°
19. Măsura unghiului format de dreptele AD și BC este:
A. 54° **B.** 27° **C.** 36° **D.** 42°
20. Măsura unghiului BDO este:
A. $6^\circ 30'$ **B.** $10^\circ 30'$ **C.** 9° **D.** $9^\circ 30'$

Problemele **21-22** se referă la următorul enunț:

Fie triunghiul dreptunghic ABC , cu $\sphericalangle B = 90^\circ$, $\sphericalangle C \neq 30^\circ$ și AA' bisectoarea unghiului A ($A' \in BC$). Notăm cu D proiecția punctului A' pe dreapta AC . Dreapta AC intersectează a doua oară cercul de centru A și rază AD în punctul E , iar perpendiculara în E pe AC intersectează dreapta BC în punctul F .

21. Triunghiul FBE este:
A. isoscel de vârf E **B.** isoscel de vârf F **C.** echilateral **D.** dreptunghic
22. Cercurile $C(A', A'D)$ și $C(F, FE)$ sunt:
A. secante **B.** tangente interior **C.** tangente exterior **D.** fără puncte comune

Problemele **23-24** se referă la următorul enunț:

Fie trapezul isoscel $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, circumscris cercului de centru O și rază r . Se notează cu E și F mijloacele bazelor.

23. Latura BC are lungimea egală cu:

A. $OB+OC$

B. $AB+CD$

C. $\frac{AB+CD}{2}$

D. EF

24. Diametrul cercului $C(O,r)$ este:

A. AB

B. $AB \cdot CD$

C. $\sqrt{\frac{AB \cdot CD}{2}}$

D. $\sqrt{AB \cdot CD}$