



Olimpiada Națională GAZETA MATEMATICĂ

Clasa a VIII-a



Model subiect

Etapa I / Etapa a II-a

Timp de lucru: 120 de minute.

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

1. Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < |2x - 5| \leq 7\}$. Atunci A este:

- A.** $[-1; 6]$ **B.** $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$ **C.** $[1; 4]$ **D.** $[-1; 1) \cup (4; 6]$ **E.** $(-1, 1] \cup [4, 6)$

2. Dacă $x \in [-1, 2]$, atunci valoarea expresiei $E(x) = |x + 1| + |x - 2|$ este:

- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

3. Dacă $a \in [-1, 2]$ și $b \in [0, 3]$ atunci numărul real $n = \sqrt{(a+b+1)^2} + \sqrt{(a+b-5)^2}$ are valoarea:

- A.** 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6 **E.** 7

4. Dacă x este număr real nenul astfel încât $x + \frac{1}{x} = 10$, atunci $x^2 + \frac{1}{x^2}$ are valoarea:

- A.** 90 **B.** 98 **C.** 100 **D.** 102 **E.** 110

5. Se consideră numărul real $n = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$. Atunci:

- A.** $n \in \mathbb{N}$ **B.** $n \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ **C.** $n \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ **D.** $n \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}$ **E.** $n \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

6. Numărul real a verifică egalitatea $a^2 + 2a = 1$. Valoarea expresiei $E(a) = (a-1)(a-2)(a+3)(a+4)$ este:

- A.** 8 **B.** 10 **C.** 12 **D.** 14 **E.** 16

7. Numărul de perechi (x, y) de numere naturale care verifică ecuația $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{20}$ este egal cu:

- A.** 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

8. Cardinalul mulțimii soluțiilor întregi ale ecuației $(x + y - xy)^2 = x^2 + y^2$, este:

- A.** 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0 **E.** ∞

9. Fie $M = \{(p, q) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid p^2 + 2^{2p+1} - 53 = 2020^q, p \text{ număr prim}\}$. Cardinalul mulțimii M este:

- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

20. Fie M un punct în interiorul triunghiului ABC . Valoarea minimă a expresiei $MA^2 + MB^2 + MC^2$ este:

- A. $a^2 + b^2 + c^2$ B. $2(a^2 + b^2 + c^2)$ C. $\frac{2(a^2 + b^2 + c^2)}{3}$ D. $ab + bc + ca$ E. $\frac{ab + bc + ca}{2}$

Problemele 21-24 se referă la următorul enunț:

În cubul $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, de muchie $AB = \ell$ cm, se notează cu S, T, R și N mijloacele muchiilor AB, DD_1, DC și respectiv $B_1 C_1$.

21. Fie M punctul de intersecție al dreptelor RT și $C_1 D_1$. Dacă U este mijlocul segmentului $[MN]$ și a este un număr real astfel încât $TU = a \cdot RN$, atunci valoarea lui a este:

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. 0 E. $\sqrt{2}$

22. Lungimea segmentului $[TS]$ este:

- A. ℓ cm B. $\frac{1}{2}\ell$ cm C. $\frac{\sqrt{2}}{2}\ell$ cm D. $\frac{\sqrt{3}}{2}\ell$ cm E. $\frac{\sqrt{6}}{2}\ell$ cm

23. Dacă $[U_1 S_1]$ este proiecția segmentului $[US]$ pe planul (DCC_1) , atunci lungimea segmentului $[U_1 S_1]$ este:

- A. $\frac{\sqrt{13}}{2}\ell$ cm B. $\frac{\sqrt{17}}{2}\ell$ cm C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}\ell$ cm D. $\frac{\sqrt{17}}{4}\ell$ cm E. $\frac{3\sqrt{2}}{4}\ell$ cm

24. Cosinusul unghiului dintre dreptele TS și RN este:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{12}{13}$ E. $\frac{5}{6}$