

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Testul 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{12}(\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + \sqrt{8}(3\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + a$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care $f(a) = 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{9-x} = x - 3$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale pare de două cifre, acesta să fie multiplu de 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-6,1)$ și $B(-2,3)$. Determinați distanța de la punctul O la punctul M , unde M este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu $AB = 12$ și ipotenuza $BC = 20$. Calculați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricile $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 3 \\ x & 4 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A$.
- 5p c) Determinați numerele reale a pentru care $\det(aA + B(a)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 + xy + y^2$.
- 5p a) Arătați că $2 * (-1) = 3$.
- 5p b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p c) Determinați numărul natural n pentru care $n * n = 48$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - x - 5 \ln x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)(6x+5)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 5 \ln x}{x f'(x)} = \frac{1}{2}$.
- 5p c) Demonstrați că $3x^2 - x - 2 \geq \ln(x^5)$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^2 (x+2)f(x) dx = 6$.
- 5p b) Calculați $\int_0^4 \left(f(x) - \frac{x^2}{x+2} \right) dx$.
- 5p c) Determinați numărul natural n , știind că $\int_0^6 (x^2 - 9)f(x+1) dx = n^2$.