

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

| | | |
|----|---|----------|
| 1. | Rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$ este $q = -3$ $b_5 = b_1 q^4 = (-1)(-3)^4 = -81$, deci $ b_5 = 81$ | 2p 3p |
| 2. | $-2x^2 + 7x + 9 > 0 \Leftrightarrow (2x - 9)(x + 1) < 0$ $x \in \left(-1, \frac{9}{2}\right)$ | 2p 3p |
| 3. | $\log_3 \frac{x-1}{6-x} = -2 \Rightarrow \frac{x-1}{6-x} = \frac{1}{9}$ $x = \frac{3}{2}$, care convine | 3p 2p |
| 4. | $\frac{n(n-1)}{2} - n = 5 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 10 = 0$ Cum n este număr natural, $n \geq 2$, obținem $n = 5$ | 3p 2p |
| 5. | Distanța de la punctul A la dreapta d este egală cu $0 \Rightarrow A \in d$ $-1 = (m-1) \cdot 3 - 2m \Leftrightarrow m = 2$ | 2p 3p |
| 6. | $\cos(\pi - 2x) = -\cos 2x = 1 - 2\cos^2 x = 1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$ $= 1 - 2 \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$ | 3p 2p |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

| | | |
|------|--|----------|
| 1.a) | $A(2) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} =$ $= 6 - 2 + 2 - 4 + 1 - 6 = -3$ | 2p 3p |
| b) | $B(a) = A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 8 & 3-2a & -1 \\ 5-a & a^2+a+1 & -2-a \\ 4+a & -a^2-a+2 & -1+a \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a Matricea $B(a)$ are două elemente egale cu 0 dacă $a = -2$ sau $a = 1$ | 2p 3p |
| c) | Pentru $a = 1$, sistemul devine $\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x - y + z = 3 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$ și adunând primele două ecuații ale sistemului obținem $3x + y - z + x - y + z = 4$, deci $x = 1$ Adunând a doua și a treia ecuație din sistem, obținem $x - y + z + 2x + y - z = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$, deci sistemul nu are soluții | 3p 2p |

| | | |
|-------------|---|-----------|
| 2.a) | $(-3)*3 = \frac{1}{2} \cdot (-3) + \frac{1}{2} \cdot 3 - (-3) \cdot 3 =$ | 3p |
| | $= -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 9 = 9$ | 2p |
| b) | $x * y = \frac{1}{4} - xy + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{4} =$ | 2p |
| | $= \frac{1}{4} - x\left(y - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(y - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{1}{2}\right)$, pentru orice numere reale x și y | 3p |
| c) | $\frac{1}{4} - \left(2^x - \frac{1}{2}\right)\left(4^{x-1} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{2}$ sau $4^{x-1} = \frac{1}{2}$ | 3p |
| | $x = -1$ sau $x = \frac{1}{2}$ | 2p |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

| | | |
|-------------|---|-----------|
| 1.a) | $f'(x) = \left(-1 + 3x^{-1} - 4x^{-\frac{3}{2}}\right)' = 3 \cdot (-1)x^{-2} - 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)x^{-\frac{5}{2}} =$ | 3p |
| | $= -\frac{3}{x^2} + \frac{6}{x^2\sqrt{x}} = \frac{-3x + 6\sqrt{x}}{x^3} = \frac{3\sqrt{x}(2 - \sqrt{x})}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$ | 2p |
| b) | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{3}{x} - \frac{4\sqrt{x}}{x^2}\right) = -1$ | 3p |
| | Dreapta de ecuație $y = -1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f | 2p |
| c) | $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4^x \cdot f'(x)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4^x \cdot 3\sqrt{x}(2 - \sqrt{x})}{x^3(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4^x \cdot 3\sqrt{x}(2 - \sqrt{x})}{x^3(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} =$ | 3p |
| | $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-4^x \cdot 3\sqrt{x}}{x^3(\sqrt{x}+2)} = -6$ | 2p |
| 2.a) | $F'(x) = (\ln x + 2e^x - 2x + 2021)' = \frac{1}{x} + 2e^x - 2 =$ | 3p |
| | $= \frac{1 + 2xe^x - 2x}{x} = f(x)$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$, deci F este o primitivă a funcției f | 2p |
| b) | $\int_1^e f(x) dx = F(x) \Big _1^e = F(e) - F(1) =$ | 3p |
| | $= 2e^e - 4e + 3$ | 2p |
| c) | $\int_1^2 x f(x) dx = \int_1^2 (2xe^x - 2x + 1) dx = \left((2x-2)e^x - x^2 + x\right) \Big _1^2 =$ | 3p |
| | $= 2e^2 - 4 + 2 = 2e^2 - 2$ | 2p |