

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Testul 2**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați modulul celui de-al cincilea termen al progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $b_1 = -1$  și  $b_2 = 3$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -2x^2 + 7x + 9$ . Determinați mulțimea valorilor reale ale lui  $x$  pentru care  $f(x) > 0$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x-1) = \log_3(6-x) - 2$ .
- 5p** 4. Determinați numărul natural  $n$ ,  $n \geq 2$ , pentru care  $C_n^{n-2} - A_n^1 = 5$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(3, -1)$ , numărul real  $m$  și dreapta  $d$  de ecuație  $y = (m-1)x - 2m$ . Determinați numărul real  $m$  pentru care distanța de la punctul  $A$  la dreapta  $d$  este egală cu 0.
- 5p** 6. Determinați  $\cos(\pi - 2x)$ , știind că  $x$  este număr real și  $\cos x = \frac{2}{3}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & -a & 1 \\ 2 & a & -1 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x - ay + z = 3 \\ 2x + ay - z = 2 \end{cases}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(2)) = -3$ .
- 5p** b) Determinați numerele reale  $a$  pentru care matricea  $B(a) = A(a) \cdot A(a)$  are două elemente egale cu 0.
- 5p** c) Pentru  $a = 1$ , arătați că sistemul de ecuații nu are soluții.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y - xy$ .
- 5p** a) Arătați că  $(-3) * 3 = 9$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $x * y = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{1}{2}\right)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $2^x * 4^{x-1} = \frac{1}{4}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -1 + \frac{3}{x} - \frac{4\sqrt{x}}{x^2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{3\sqrt{x}(2-\sqrt{x})}{x^3}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4^x \cdot f'(x)}{x-4}$ .

2. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2xe^x - 2x + 1}{x}$ .

**5p** a) Arătați că funcția  $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \ln x + 2e^x - 2x + 2021$  este o primitivă a funcției  $f$ .

**5p** b) Arătați că  $\int_1^e f(x) dx = 2e^e - 4e + 3$ .

**5p** c) Calculați  $\int_1^2 x f(x) dx$ .