

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Testul 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \sqrt{5} = 2$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = a$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3 \log_4(3x+1) = 6$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, numărul x^2 să fie număr impar.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, -1)$, $B(4, 3)$ și $C(a, b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a , b , știind că punctul A este mijlocul segmentului BC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 9$ și $AC = 12$. Determinați lungimea înălțimii din A a triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p** b) Arătați că $(A - 2I_2) \cdot (A - 4I_2) = 6I_2$.
- 5p** c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A \cdot X = 3A + 4X$.
2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = xy - \frac{12}{x+y} + \frac{3}{x} + \frac{3}{y}$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 3 = 4$.
- 5p** b) Arătați că $x * x = x^2$, pentru orice $x \in M$.
- 5p** c) Determinați numărul natural nenul n pentru care $(n * n) * (n * n) = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{x^2 - 2x + 2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{4(1-x)}{(x^2 - 2x + 2)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x^2 + 1} + 1, & x \in (-\infty, 0] \\ e^x, & x \in (0, +\infty) \end{cases}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^4 f(x) dx = e(e^3 - 1)$.

5p b) Calculați $\int_1^2 xf(x) dx$.

5p c) Determinați numărul real a , $a > 0$, știind că $\int_{-a}^0 f(x) dx = a - \ln(a+1)$.