

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Testul 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați modulul numărului complex $z = (2 + 3i)(2 - 3i) - (9 - 3i)$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 5x + 20$. Calculați $(g \circ f)(2)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x-5} = \frac{1}{16}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 8.
- 5p 5. Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 4$, $BC = 6$ și măsura unghiului ABC de 120° . Determinați modulul vectorului \overline{AM} , unde punctul M este mijlocul segmentului BD .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 12$, $AC = 16$ și $BC = 20$. Arătați că $\frac{r}{R} = \frac{2}{5}$, unde r este raza cercului înscris în triunghiul ABC și R este raza cercului circumscris triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2a-1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2a-1)x + 2y + z = a \end{cases}$,
unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(4)) = 5$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care matricea $A(a)$ **nu** este inversabilă.
- 5p c) Pentru $a = 3$, determinați soluțiile (x_0, y_0, z_0) ale sistemului de ecuații pentru care $z_0^2 = x_0 + y_0$.
2. Pe mulțimea $G = (1, +\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \sqrt{x^{\log_3 y}}$.
- 5p a) Arătați că $4 * 3 = 2$.
- 5p b) Arătați că $e = 9$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p c) Determinați $x \in G$, știind că este egal cu simetricul lui în raport cu legea de compoziție „*”.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 9)(x^2 - 4) + 3$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 2x(2x^2 - 13)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{f(x)-3} = \frac{1}{30}$.
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care ecuația $f(x) = m$ are exact patru soluții reale.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x \arctg x$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{\arctg x} dx = 3$.

- 5p** | **b)** Determinați numărul real nenul a pentru care $\int_0^{\sqrt{3}} f(x) dx = \frac{\pi}{a} - \sqrt{3}$.
- 5p** | **c)** Demonstrați că $\int_{-1}^1 x f(x) dx = 0$.