

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 11

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2r = a_3 - a_1$, de unde obținem $r = 3$ $a_4 = 7$	3p 2p
2.	$f(2) = 0$ $2a + 2 = 0$, de unde obținem $a = -1$	2p 3p
3.	$\log_8(7x + 8) = 2 \Rightarrow 7x + 8 = 8^2 \Rightarrow 7x + 8 = 64$ $x = 8$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale nenule de o cifră are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile Numerele naturale n , nenule, de o cifră, pentru care $2n$ este număr natural de două cifre sunt 5, 6, 7, 8 și 9, deci sunt 5 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{5}{9}$	2p 2p 1p
5.	$AB = 5$, $BC = 5$, deci triunghiul ABC este isoscel $AC = \sqrt{50}$, de unde obținem $AC^2 = AB^2 + BC^2$, deci triunghiul este dreptunghic isoscel	2p 3p
6.	Cum triunghiul ADB este dreptunghic, rezultă că $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 15$ Cum triunghiul ADC este dreptunghic, rezultă că $DC = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 6$ și, cum $BC = BD + DC$, obținem $BC = 21$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$1 * 2 = \frac{1 + 2 + 6}{1 \cdot 2 + 1} =$ $= \frac{9}{3} = 3$	3p 2p
2.	$x * y = \frac{x + y + 6}{xy + 1} = \frac{y + x + 6}{yx + 1} =$ $= y * x$, pentru orice numere x și y din mulțimea M , deci legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă	3p 2p
3.	$x * 1 = \frac{x + 1 + 6}{x + 1} =$ $= 1 + \frac{6}{x + 1} > 1$, pentru orice $x \in M$	2p 3p
4.	$3 * x = \frac{x + 9}{3x + 1}$, pentru orice $x \in M$ $\frac{x + 9}{3x + 1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x + 18 = 3x + 1$, de unde obținem $x = 17$, care convine	2p 3p

5.	$x * x = \frac{2x+6}{x^2+1}$, pentru orice $x \in M$	2p
	$\frac{2x+6}{x^2+1} \geq 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 \leq 0$ și, cum $x \in M$, obținem $x \in [0, 2]$	3p
6.	$m * n = 1 \Leftrightarrow \frac{m+n+6}{mn+1} = 1 \Leftrightarrow mn - m - n + 1 = 6$, unde m și n sunt numere naturale	2p
	$(m-1)(n-1) = 6$ și, cum m și n sunt numere naturale cu $m < n$, obținem perechile $(2, 7)$ și $(3, 4)$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - (-2) \cdot (-2) =$	3p
	$= 0 - 4 = -4$	2p
2.	$B(-6) = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$, $B(2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B(-6) + 3B(2) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 4B(0)$	2p
3.	$B(-2) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B(2) \cdot B(-2) - A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4I_2$	2p
4.	$B(2x) = \begin{pmatrix} 1 & 2x \\ -2x & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B(2x) + xA = \begin{pmatrix} 1+x & 0 \\ -4x & 0 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	3p
	$\det(B(2x) + xA) = (1+x) \cdot 0 - (-4x) \cdot 0 = 0$, pentru orice număr real x	2p
5.	$B(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(1)) = 1$, deci matricea $B(1)$ este inversabilă și inversa ei este	3p
	$(B(1))^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $X = (B(1))^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$	2p
6.	$B(m) \cdot B(n) = \begin{pmatrix} 1-mn & n \\ -m & -mn \end{pmatrix} \Rightarrow B(m) \cdot B(n) + mnI_2 = \begin{pmatrix} 1 & n \\ -m & 0 \end{pmatrix}$, de unde obținem	3p
	$\det(B(m) \cdot B(n) + mnI_2) = mn$, pentru orice numere întregi m și n $mn = 4$ și, cum m și n sunt numere întregi cu $m \leq n$, obținem $(-4, -1)$, $(-2, -2)$, $(1, 4)$ și $(2, 2)$	2p