Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Testul 11

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(0,6+0,8):0,7-0,25\cdot 4=1,4:0,7-1=$	**3p**
	$=2-1=1$	**2p**
2.	$f(2)=-1$, $f(4)=3$ și $f(a)=2a-5$, unde a este număr real	**3p**
	$2a-5-(-1)=2\cdot 3\Leftrightarrow 2a-4=6$, de unde obținem $a=5$	**2p**
3.	$x^2-7=3^2\Rightarrow x^2-16=0$	**3p**
	$x=-4$ sau $x=4$, care convin	**2p**
4.	Mulțimea A are 20 de elemente, deci sunt 20 de cazuri posibile	**2p**
	Numerele n din mulțimea A pentru care numărul $2n$ este multiplu de 10 sunt 5, 10, 15 și 20, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5}$	**1p**
5.	$OA=10\Rightarrow MA=5$, $OB=\sqrt{a^2+16}$, unde a este număr real	**3p**
	$\sqrt{a^2+16}=5\Leftrightarrow a^2-9=0$, de unde obținem $a=-3$ sau $a=3$	**2p**
6.	$AC=5$	**2p**
	$\sin B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{5}{13}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}4 & 3\\ 1 & 3\end{vmatrix}=4\cdot 3-3\cdot 1=$	**3p**
	$=12-3=9$	**2p**
b)	$B(1)=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B(-1)=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow B(1)\cdot B(-1)=\begin{pmatrix}-2 & -3\\ 1 & -1\end{pmatrix}$	**3p**
	$A+B(1)\cdot B(-1)=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 1 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2 & -3\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 2 & 2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}=2B(0)$	**2p**
c)	$B(1)+B(2)+B(3)+\ldots+B(9)=\begin{pmatrix}3+5+7+\ldots+19 & 1+2+3+\ldots+9\\ 9 & 2+3+4+\ldots+10\end{pmatrix}=9\begin{pmatrix}11 & 5\\ 1 & 6\end{pmatrix}$	**3p**
	$9\begin{pmatrix}11 & 5\\ 1 & 6\end{pmatrix}=9\begin{pmatrix}2x+1 & x\\ 11 & x+1\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=5$	**2p**
2.a)	$2\circ 6=\dfrac{2+6}{2}-\dfrac{2\cdot 6}{3}=$	**3p**
	$=4-4=0$	**2p**

b)	$x\circ 6=\frac{6-3x}{2}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{6-3x}{2}=6$, de unde obținem $x=-2$	**3p**
c)	$m\circ(3m)=-m^2+2m$, pentru orice număr întreg m	**2p**
	$-m^2+2m\geq 2m-3\Leftrightarrow -m^2+3\geq 0$ și, cum m este număr întreg, obținem $m=-1$ sau $m=0$ sau $m=1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{4x^3}{2}-6x^2+0=$	**3p**
	$=2x^3-6x^2==2x^2(x-3)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{x^2e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2(x-3)}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(2(x-3))'}{(e^x)'}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{e^x}=0$	**2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ sau $x=3$ și $f'(x)\leq 0$, pentru orice $x\in(-\infty,3]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,3]$, $f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[3,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[3,+\infty)$	**3p**
	$f(x)\geq f(3)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ și, cum $f(3)=-\frac{21}{2}$, rezultă că $f(x)\geq -\frac{21}{2}$, pentru orice număr real x	**2p**
2.a)	$\int_0^2 f(x)dx=\int_0^2(2x+1)dx=\left(x^2+x\right)\Big\|_0^2=$	**3p**
	$=(4+2)-(0-0)=6$	**2p**
b)	$\int_0^1\frac{1}{f(x)}dx=\int_0^1\frac{1}{2x+1}dx=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{(2x+1)'}{2x+1}dx=\frac{1}{2}\ln(2x+1)\Big\|_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}\ln 3-\frac{1}{2}\ln 1=\frac{1}{2}\ln 3$	**2p**
c)	$\int_{-a}^{a}\frac{1}{x^2+2f(x)+2}dx=\int_{-a}^{a}\frac{1}{(x+2)^2}dx=-\frac{1}{x+2}\Big\|_{-a}^{a}=\frac{2a}{4-a^2}$, pentru orice $a\in(0,2)$	**3p**
	$\frac{2a}{4-a^2}=\frac{2}{3}\Rightarrow a^2+3a-4=0$ și, cum $a\in(0,2)$, obținem $a=1$	**2p**