

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Testul 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați suma primilor patru termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_2 = 5$ și $a_3 = 8$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 8$. Determinați numerele reale a pentru care $a \cdot f(a) = f(1)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(25 - x) = \log_5(x + 5)$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifre din mulțimea $A = \{2, 3, 5, 9\}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = 2x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a știind că punctul $A(2, 3)$ aparține dreptei d .
- 5p** 6. Arătați că $4 \sin 60^\circ (\operatorname{tg} 60^\circ - \cos 30^\circ) = 3$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a) = \begin{pmatrix} a & a \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = -5$.
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care $B(1) \cdot B(-1) + 3A = 4B(a)$.
- 5p** c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X \cdot (A - 2I_2) = B(0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (2x - y + 1)(2y - x + 1)$.
- 5p** a) Arătați că $3 * 4 = 18$.
- 5p** b) Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $(2m) * n = 13$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-5, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x + 7}{x + 5}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{3}{(x + 5)^2}$, $x \in (-5, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y = 3x + 5$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^3 (f(x) + 2\sqrt{x}) dx = 8$.
- 5p** b) Arătați că funcția f este o primitivă a funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$.
- 5p** c) Calculați $\int_1^2 \frac{1}{f(x^2)} dx$.