

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{tehnologic}}$**

**Testul 9**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați suma primilor patru termeni ai progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_2 = 5$  și  $a_3 = 8$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 8$ . Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $a \cdot f(a) = f(1)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_5(25 - x) = \log_5(x + 5)$ .
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifre din mulțimea  $A = \{2, 3, 5, 9\}$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră dreapta  $d$  de ecuație  $y = 2x + a$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$  știind că punctul  $A(2, 3)$  aparține dreptei  $d$ .
- 5p** 6. Arătați că  $4 \sin 60^\circ (\operatorname{tg} 60^\circ - \cos 30^\circ) = 3$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(a) = \begin{pmatrix} a & a \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = -5$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $B(1) \cdot B(-1) + 3A = 4B(a)$ .
- 5p** c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  cu proprietatea că  $X \cdot (A - 2I_2) = B(0)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = (2x - y + 1)(2y - x + 1)$ .
- 5p** a) Arătați că  $3 * 4 = 18$ .
- 5p** b) Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** c) Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale pentru care  $(2m) * n = 13$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-5, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x + 7}{x + 5}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{3}{(x + 5)^2}$ ,  $x \in (-5, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției  $f$  în care tangenta la graficul funcției  $f$  este paralelă cu dreapta de ecuație  $y = 3x + 5$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^3 (f(x) + 2\sqrt{x}) dx = 8$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $f$  este o primitivă a funcției  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$ .
- 5p** c) Calculați  $\int_1^2 \frac{1}{f(x^2)} dx$ .