

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Testul 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(3 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{5}(6 + 2\sqrt{5}) = 4$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x - 1$. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+4} = 4^{x+3}$.
- 5p 4. Un produs costă 360 de lei. Determinați prețul produsului după o scumpire cu 15%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 3)$, $B(-1, -4)$ și $C(5, 4)$. Arătați că triunghiul AMC este dreptunghic, unde M este mijlocul segmentului BC .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , în care unghiurile A și B au măsurile egale cu 30° , respectiv 45° și $BC = 4$. Determinați lungimea laturii AC a triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} -1 & x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $B \cdot B = A$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B + (\det B)A) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = x + y + 16$.
- 5p a) Arătați că $(-8) \circ 2 = 10$.
- 5p b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care pentru care $x \circ \left(\frac{x}{2} + 3\right) \circ x = 2x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{x^2} + \ln x - 2$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 f(x)}{x^3 - 1} = -1$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{2}{3}$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^e (f(x) + 1) \ln x dx = \frac{2e^3 + 1}{9}$.
- 5p c) Determinați numărul real, a , $a \in (0, +\infty)$, pentru care $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (f(\sin x) + f(\cos x)) \operatorname{tg} x dx = \ln a$.