

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Testul 12

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) + 2(1 - \sqrt{3}) = \sqrt{12} + 2 + 2 - 2\sqrt{3} =$ $= 2\sqrt{3} + 2 + 2 - 2\sqrt{3} = 4$	3p 2p
2.	$f(0) = -1, f(3) = 11, f(a) = 4a - 1$ , unde $a$ este număr real $(4a - 1)(-1) + 11 = 0 \Leftrightarrow -4a + 12 = 0$ , de unde obținem $a = 3$	2p 3p
3.	$2^4 \cdot 2^{2x} = 2^{3x} \Leftrightarrow 2^{4+2x} = 2^{3x} \Leftrightarrow 4 + 2x = 3x$ $x = 4$	3p 2p
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 4 moduri Cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 3 moduri, iar pentru fiecare alegere a cifrei unităților și a cifrei zecilor, cifra sutelor poate fi aleasă în câte două moduri, deci se pot forma $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ de numere	2p 3p
5.	$\mathcal{A}_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{\triangle ABC}$ Triunghiul $ABC$ este dreptunghic în $B$ , cu $AB = 4$ și $BC = 6 \Rightarrow \mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = 12$ , de unde rezultă că $\mathcal{A}_{\triangle ABD} = 6$	2p 3p
6.	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}, \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$ $(\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ) \sin 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$1 * 2 = 9 \cdot 1 \cdot 2 + 1 + 2 =$ $= 18 + 1 + 2 = 21$	3p 2p
2.	$x * y = 9xy + x + y = 9yx + y + x =$ $= y * x$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ , deci legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă	3p 2p
3.	$x * 0 = 9 \cdot x \cdot 0 + x + 0 = x$ , pentru orice număr real $x$ $0 * x = x$ , pentru orice număr real $x$ , deci $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”	2p 3p
4.	$(-1) * x = -8x - 1$ , pentru orice număr real $x$ $-8x - 1 = 15$ , de unde obținem $x = -2$	2p 3p
5.	$1 * x' = 0 \Leftrightarrow 9x' + 1 + x' = 0$ Simetricul elementului $x = 1$ în raport cu legea de compoziție „ $*$ ” este $x' = -\frac{1}{10}$	2p 3p
6.	$N = \frac{1}{3} * \frac{2}{3} * n, \frac{1}{3} * \frac{2}{3} = 3$ $N = 3 * n = 28n + 3$ , pentru orice număr natural $n$ și, cum $N$ este număr natural de două cifre, obținem $n = 1$ sau $n = 2$ sau $n = 3$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 4 \cdot 2 - 1 \cdot (-1) =$ $= 8 + 1 = 9$	3p 2p
2.	$A + X(2) = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} =$ $= 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 3X(1)$	3p 2p
3.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ $6A - 9I_2 = \begin{pmatrix} 24 & 6 \\ -6 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}, \text{ deci } A \cdot A = 6A - 9I_2$	3p 2p
4.	$M(a) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2a^2 & 2 \end{pmatrix}, \text{ pentru orice număr real } a$ $\det(M(a)) = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2a^2 & 2 \end{vmatrix} = 8 \neq 0, \text{ deci matricea } M(a) \text{ este inversabilă, pentru orice număr real } a$	2p 3p
5.	$B = X(-1) \cdot X(n) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & n \\ n^2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - n^2 & 2n - 1 \\ 2 + n^2 & n + 1 \end{pmatrix}, \text{ pentru orice număr natural } n$ <p>Numerele <math>2 + n^2</math> și <math>n + 1</math> sunt naturale pentru orice număr natural <math>n</math> și, cum <math>4 - n^2</math> și <math>2n - 1</math> sunt numere naturale, obținem că <math>n = 1</math> sau <math>n = 2</math></p>	2p 3p
6.	$X(2a) = \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ 4a^2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(X(2a) - X(a)) = \begin{vmatrix} 0 & a \\ 3a^2 & 0 \end{vmatrix} = -3a^3, \text{ pentru orice număr real } a$ $-3a^3 = 3 \Leftrightarrow a^3 = -1, \text{ de unde obținem } a = -1$	3p 2p