

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 4**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați termenul  $a_3$  al progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = 4$  și rația este  $r = 5$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x - 1$ . Arătați că  $f(0) = f(1)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_4(3x+4) = \log_4 16$ .
- 5p** 4. După o scumpire cu 25%, un produs costă 350 de lei. Determinați prețul produsului înainte de scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-4,1)$  și  $B(a,b)$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale. Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , știind că punctul  $O$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul isoscel  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ . Știind că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu 8, determinați lungimea laturii  $AB$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x & -2x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 3$ .
- 5p** b) Arătați că  $3B(2) + B(6) = 4B(3)$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $(B(-x) - B(x)) \cdot (B(-x) + B(x)) = A + B(3)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = 3x + 4y - 25$ .
- 5p** a) Arătați că  $3 \circ 4 = 0$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $(2x) \circ x = 5$ .
- 5p** c) Determinați numerele întregi  $m$  pentru care  $m^2 \circ 1 \geq 1 \circ m^2$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x}{3x+1}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2}{(3x+1)^2}$ ,  $x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Arătați că funcția  $f$  este concavă.
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + \ln x - 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^4 (f(x) - \ln x + 1) dx = 21$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_2^4 \frac{x}{f(x) - \ln x} dx = \frac{1}{2} \ln 5$ .
- 5p** c) Determinați  $a \in (1, +\infty)$  pentru care  $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2} dx = \frac{a - \ln a}{a}$ .