Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{3}\left(2-\sqrt{3}\right)+3=\sqrt{12}$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g\left(x\right)=2x-1$. Determinați numerele naturale a pentru care $f\left(a\right)>g\left(a\right)$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2}\cdot 2^{x+1}+2\cdot 6^{x}=120$.
5p	**4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule mai mici decât 114, acesta să fie divizibil cu 4.
5p	**5.** Determinați numărul real a, știind că punctul $M(a,15)$ aparține dreptei d de ecuație $y=3x+2a$.
5p	**6**. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB=3$, $AC=4$ și înălțimea AD, unde punctul D aparține laturii BC. Arătați că $\sin\sphericalangle BAD=\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=2xy-x-y+1$.
5p	**1.** Arătați că $\left(-1\right)\circ\left(-1\right)=5$.
5p	**2.** Demonstrați că $x\circ y=2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**4.** Arătați că $x\circ\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\circ x=\frac{1}{2}$, pentru orice număr real x.
5p	**5.** Calculați $\frac{1}{3}\circ\frac{2}{4}\circ\frac{3}{5}\circ\ldots\circ\frac{2020}{2022}$.
5p	**6.** Determinați numărul real strict pozitiv x, pentru care $\left(\log_2 x+\frac{1}{2}\right)\circ\left(\log_3 x+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}a & 2\\ 2 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătaţi că $A\cdot A=4I_2$.
5p	**2.** Arătaţi că $aI_2+A=M(a)$, pentru orice număr real a.
5p	**3.** Arătaţi că $M(2)\cdot M(4)=6M(2)$.
5p	**4.** Determinaţi perechile $\left(a,b\right)$ de numere naturale pentru care $M(a)\cdot M(b)=7\cdot I_2+4\cdot A$.
5p	**5.** Determinaţi numărul natural k pentru care $\det(M(k+2))\leq 0$.
5p	**6.** Determinaţi numărul real a, $a<-2$, ştiind că inversa matricei $M(a)$ este matricea $M(a)-2\cdot A$.