Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(6-3\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)=3\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)=3=$	**3p**
	$=\left(\sqrt{3}\right)^2$, deci numerele $6-2\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ și $2+\sqrt{3}$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice	**2p**
2.	Axa Ox este tangentă graficului funcției $f \Leftrightarrow \Delta=0 \Leftrightarrow m^2-4=0$	**3p**
	$m=-2$ sau $m=2$	**2p**
3.	$25\cdot 5^x-5^x=24$, deci $5^x=1$	**3p**
	$x=0$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre distincte are 81 de elemente, deci sunt 81 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre distincte sunt $3\cdot 9=27$ de numere care au cifra zecilor multiplu de 3, deci sunt 27 de cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{1}{3}$	**1p**
5.	$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$, deci $3\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right)+2\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ și, cum $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MD}$, obținem $\overrightarrow{MD}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$	**3p**
	Vectorii $\overrightarrow{MD}$ și $\overrightarrow{AB}$ sunt coliniari, deci dreptele MD și AB sunt paralele	**2p**
6.	Unghiul C are măsura egală cu 90°, deci triunghiul ABC este dreptunghic în C	**2p**
	$\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ și, cum $AC=3$, obținem $AB=2\sqrt{3}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det B=\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & i & 0\\ -2 & 0 & -1\end{vmatrix}=1\cdot i\cdot(-1)+0+0-(-2)\cdot i\cdot 1-0-0=$	**3p**
	$=-i+2i=i$	**2p**
b)	Cum $B\cdot B=-I_3$, $A(z_1)\cdot A(z_2)=(aI_3+bB)(cI_3+dB)=acI_3+adB+bcB+bdB\cdot B=$	**3p**
	$=(ac-bd)I_3+(ad+bc)B=A(z_1z_2)$, pentru orice $z_1=a+ib$ și $z_2=c+id$, cu a, b, c și d numere reale	**2p**
c)	$A(1+i)\cdot A(2+i)\cdot A(3+i)\cdot A(1-i)\cdot A(2-i)\cdot A(3-i)=A\big((1+i)(2+i)(3+i)(1-i)(2-i)(3-i)\big)=$	**2p**
	$=A\big((1+i)(1-i)(2+i)(2-i)(3+i)(3-i)\big)=A(2\cdot 5\cdot 10)=100I_3$, deci $n=100$	**3p**

2.a)	$x*y=\log_2\left(2^x\left(2^y-2\right)-2^{y+1}+4+2\right)=$	**3p**
	$=\log_2\left(2^x\left(2^y-2\right)-2\left(2^y-2\right)+2\right)=\log_2\left(\left(2^x-2\right)\left(2^y-2\right)+2\right)$, pentru orice $x,y\in M$	**2p**
b)	$x*e=x$ pentru orice $x\in M$, unde e este elementul neutru al legii de compoziție, deci $\left(2^x-2\right)\left(2^e-3\right)=0$ pentru orice $x\in M$, de unde obținem $e=\log_2 3\in M$	**3p**
	Cum $\left(\log_2 3\right)*x=x$ pentru orice $x\in M$, obținem că $e=\log_2 3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**2p**
c)	$x*x*x=\log_2\left(\left(2^x-2\right)^3+2\right)$, pentru orice $x\in M$	**3p**
	$\left(x*x*x\right)-3x=\log_2\left(\dfrac{\left(2^x-2\right)^3+2}{2^{3x}}\right)=\log_2\left(1-\dfrac{6\left(2^x-1\right)^2}{2^{3x}}\right)<0$, pentru orice $x\in M$, de unde obținem că $x*x*x<3x$, pentru orice $x\in M$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(x^3+3x+1\right)'e^{-x}+\left(x^3+3x+1\right)\left(e^{-x}\right)'=\left(3x^2+3\right)e^{-x}-\left(x^3+3x+1\right)e^{-x}=$	**3p**
	$=\left(-x^3+3x^2-3x+2\right)e^{-x}=\left(2-x\right)\left(x^2-x+1\right)e^{-x}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{f(x)-e^{-x}}{f(x)+e^{-x}}\right)^{f(x)\cdot e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^3+3x}{x^3+3x+2}\right)^{x^3+3x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\left(1+\dfrac{-2}{x^3+3x+2}\right)^{\frac{x^3+3x+2}{-2}}\right)^{\frac{-2\left(x^3+3x+1\right)}{x^3+3x+2}}=$	**3p**
	$=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-2\left(x^3+3x+1\right)}{x^3+3x+2}}=e^{-2}$	**2p**
c)	$g(x)=\left\|x^3+3x\right\|=\begin{cases}-x^3-3x, & x\in(-\infty,0)\\ x^3+3x, & x\in[0,+\infty)\end{cases}$	**2p**
	g este continuă și, cum pentru orice $x\in(-\infty,0)$, $g'(x)=-3x^2-3<0\Rightarrow g$ este strict descrescătoare pe $(-\infty,0)$ și pentru orice $x\in(0,+\infty)$, $g'(x)=3x^2+3>0\Rightarrow g$ este strict crescătoare pe $(0,+\infty)$, obținem că funcția g are un singur punct de extrem	**3p**
2.a)	$\int\limits_4^6\dfrac{f(x)}{\ln(x-1)}dx=\int\limits_4^6 x\,dx=\dfrac{x^2}{2}\Big\|_4^6=$	**3p**
	$=18-8=10$	**2p**
b)	F este o primitivă a lui f, deci $F'(x)=f(x)=x\ln(x-1)$, de unde obținem că $F'(x)>0$, pentru orice $x\in(2,+\infty)$, deci F este strict crescătoare pe $(2,+\infty)$	**3p**
	Cum $2<\sqrt{7}<3$, obținem că $F\left(\sqrt{7}\right)<F(3)$	**2p**
c)	$\int\limits_3^5 f(x)dx=\int\limits_3^5\left(\dfrac{x^2-1}{2}\right)'\ln(x-1)dx=\dfrac{x^2-1}{2}\ln(x-1)\Big\|_3^5-\dfrac{1}{2}\int\limits_3^5\dfrac{(x-1)(x+1)}{x-1}dx=$	**3p**
	$=12\ln 4-4\ln 2-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x^2}{2}+x\right)\Big\|_3^5=20\ln 2-5=5\left(4\ln 2-1\right)$, de unde obținem $m=5$	**2p**