

**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapa locală - 26 februarie 2022**  
**CLASA a VII-a – enunțuri**

**Timp de lucru 180 de minute**

**Fiecare problemă se punctează cu 1 punct**

**Alegeți varianta de răspuns. Pentru fiecare întrebare, un singur răspuns este cel corect.**

1. Numărul  $N = \frac{2}{2} + \frac{5}{\frac{5}{2}}$  este egal cu:

A 5,8                      B 0,4                      C 1                      D 5,2                      E 2

2. Produsul soluțiilor ecuației  $\frac{x^2+3}{3} + \frac{x^2+7}{5} + \frac{x^2+19}{11} = 6$  este egal cu:

A 5                      B 3                      C -3                      D -5                      E 11

3. Suma pătratelor soluțiilor ecuației  $||x| - 3| = 2$  este egală cu:

A 1                      B 2                      C 26                      D 50                      E 52

4. Numărul elementelor iraționale ale mulțimii  $A = \{\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{2}, \dots, \sqrt{300}\}$  este:

A 284                      B 282                      C 18                      D 17                      E 283

5. Se consideră numărul  $A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{\sqrt{1 \cdot 3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3 \cdot 5}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 7}} + \dots + \frac{\sqrt{243}-\sqrt{241}}{\sqrt{241 \cdot 243}}$ . Atunci:

A  $0 < A < 1$                       B  $A \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}$                       C  $A > 2$                       D  $1 < A < 2$                       E  $A \in \mathbb{N}$

6. Se consideră rombul  $ABCD$ , cu  $AB = 2\sqrt{3}$  cm. Fie  $M$  și  $N$  mijloacele laturilor  $AB$  și  $CD$ . Dacă dreptele  $MN$  și  $AB$  sunt perpendiculare, atunci aria rombului  $ABCD$  este egală cu:

A  $3 \text{ cm}^2$                       B  $12 \text{ cm}^2$                       C  $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$                       D  $6 \text{ cm}^2$                       E  $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$

7+8. Se consideră dreptunghiul  $ABCD$  și punctele  $M, N$ , astfel încât  $M$  este mijlocul laturii  $CD$ , iar  $N$  este mijlocul segmentului  $AM$ . Dacă  $AB = 4$  cm, iar dreptele  $AM$  și  $BN$  sunt perpendiculare, atunci:

A  $\sphericalangle DAM = 35^\circ$                       B  $\sphericalangle DAM = 45^\circ$                       C  $\sphericalangle DAM = 30^\circ$                       D  $\sphericalangle DAM = 60^\circ$                       E  $\sphericalangle DAM = 50^\circ$

A  $CN = 4\sqrt{3}$  cm                      B  $CN = 4$  cm                      C  $CN = 2\sqrt{3}$  cm                      D  $CN = 6$  cm                      E  $CN = 4\sqrt{2}$  cm

9. Se consideră paralelogramul  $ABCD$  cu  $AB = 4$  cm și  $\sphericalangle A = 60^\circ$ . Dacă bisectoarele unghiurilor  $A$  și  $C$  nu sunt paralele, atunci aria lui  $ABCD$  este egală cu:

A  $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$                       B  $16 \text{ cm}^2$                       C  $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$                       D  $24 \text{ cm}^2$                       E  $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$

10. Numerele reale nenule  $x, y, z$  verifică relațiile  $\frac{xy}{z} = \sqrt{6-4\sqrt{2}}$ ,  $\frac{yz}{x} = 2 + \sqrt{2}$ ,  $\frac{zx}{y} = 3$ .

Suma  $S = x^2 + y^2 + z^2$  are valoarea egală cu:

A 20                      B 1                      C 9                      D 14                      E 15

11. Fie triunghiul ascuțitunghic  $ABC$  cu  $\sphericalangle ABC = 2 \cdot \sphericalangle BAC$ . Dacă  $O$  este centrul cercului circumscris triunghiului  $ABC$ ,  $M$  este punctul în care bisectoarea unghiului  $ABC$  intersectează a doua oară cercul circumscris triunghiului,  $BM \cap AC = \{N\}$ , iar  $\sphericalangle BOM = 144^\circ$ , atunci unghiul  $ANB$  are măsura de:

A  $120^\circ$                       B  $108^\circ$                       C  $36^\circ$                       D  $72^\circ$                       E  $150^\circ$

12. Fie numărul de două cifre  $\overline{xy}$ . Rezultatul calculului  $|\sqrt{96} - \overline{xy}| + |\overline{xy} - \sqrt{15000}|$  este egal cu:

A  $54\sqrt{6}$                       B  $\overline{xy}$                       C  $2\overline{xy}$                       D  $46\sqrt{6}$                       E  $2\overline{xy} + 54\sqrt{6}$

13. Dacă  $a$  și  $b$  sunt două numere reale astfel încât  $-3 \leq a \leq 2$  și  $2b = a - 4$ , atunci expresia

$$\sqrt{2a^2 + 10b^2 - 8a + 20b + 18} + 3\sqrt{10b^2 - 2a^2 + 80b - 16a + 128}$$

este egală cu:

A  $6\sqrt{2}$                       B  $3\sqrt{2}(a - 1)$                       C  $9\sqrt{2}$                       D  $9\sqrt{3}$                       E  $6\sqrt{3}$

14. Dacă  $\overline{xy}$  este un număr de două cifre, iar  $N = [\sqrt{159 + \overline{xy}}]$  (unde  $[a]$  reprezintă partea întreagă a numărului real  $a$ ), atunci valorile distincte ale lui  $N$  sunt în număr de:

A 2                      B 3                      C 4                      D 5                      E 1

15. Se consideră trapezul dreptunghic  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ), cu  $AB = 25$  cm,  $CD = 11$  cm și  $\sphericalangle B = 45^\circ$ . Aria triunghiului  $BCD$  este egală cu:

A  $98 \text{ cm}^2$                       B  $154 \text{ cm}^2$                       C  $252 \text{ cm}^2$                       D  $175 \text{ cm}^2$                       E  $77 \text{ cm}^2$

16. Pe un cerc de centru  $O$  se consideră punctele diametral opuse  $A$  și  $B$ . Mediatoarea segmentului  $OB$  intersectează cercul în punctele  $C$  și  $D$ . Dacă patrulaterul  $AMCD$  este inscriptibil, atunci măsura unghiului  $AMC$  este egală cu:

A  $150^\circ$                       B  $120^\circ$                       C  $130^\circ$                       D  $60^\circ$                       E  $75^\circ$

17+18. Se consideră trapezul isoscel  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ), cu  $AB = 2CD = 24$  cm și  $\sphericalangle B = 45^\circ$ . Punctele  $E$  și  $F$  sunt mijloacele diagonalelor  $AC$ , respectiv  $BD$ , punctul  $G$  este intersecția dreptelor  $AF$  și  $DE$ , iar  $S$  este aria patrulaterului  $CDEF$ . Atunci :

A  $S = 27 \text{ cm}^2$                       B  $S = 51 \text{ cm}^2$                       C  $S = 21 \text{ cm}^2$                       D  $S = 81 \text{ cm}^2$                       E  $S = 18 \text{ cm}^2$

A  $EG = 3\sqrt{2}$  cm                      B  $EG = 2\sqrt{2}$  cm                      C  $EG = 4$  cm                      D  $EG = 6$  cm                      E  $EG = \sqrt{2}$  cm

19. Numărul  $S = [\sqrt{\sqrt{1} \cdot 2}] + [\sqrt{\sqrt{2} \cdot 3}] + \dots + [\sqrt{\sqrt{100} \cdot 101}]$  (unde  $[a]$  reprezintă partea întreagă a numărului real  $a$ ) este egal cu:

A 525                      B 615                      C 5050                      D 625                      E 825

20. Numerele reale  $x$  și  $y$  verifică simultan relațiile:

$$\left\{ \frac{2x + y}{8} \right\} + \left[ \frac{x + 2y}{3} \right] = \frac{1}{4} \quad \text{și} \quad \left\{ \frac{x + 2y}{3} \right\} + \left[ \frac{2x + y}{8} \right] = \frac{5}{3}.$$

( $\{a\}$  și  $[a]$  reprezintă partea fracționară, respectiv partea întreagă a numărului real  $a$ ).

Numărul  $z = x - y$  este egal cu:

A  $\frac{1}{4}$                       B  $-4$                       C  $0$                       D  $8$                       E  $\frac{1}{3}$

21. Dacă numerele întregi  $x$  și  $y$  verifică egalitatea  $|x - y| + xy = 0$ , atunci cea mai mare valoare pe care o poate lua suma  $x^2 + y^2$  este:

A 0                      B 8                      C 16                      D 2                      E 9

22. Unghiurile  $A, B, C, D$  ale patrulaterului convex  $ABCD$  sunt direct proporționale cu numerele 10, 9, 6, 11. Dreptele  $AD$  și  $BC$  se intersectează în  $E$ , iar dreptele  $AB$  și  $CD$  se intersectează în  $F$ . Suma măsurilor unghiurilor  $AEC$  și  $BFD$  este egală cu:

A  $90^\circ$                       B  $40^\circ$                       C  $30^\circ$                       D  $50^\circ$                       E  $60^\circ$

23. Se consideră triunghiul dreptunghic  $ABC$  ( $\sphericalangle A = 90^\circ$ ) și punctele  $M \in BC$ ,  $N \in AB$ , astfel încât  $AM$  este înălțime,  $CN$  este bisectoarea unghiului  $ACB$ , iar dreptele  $AM$  și  $CN$  se intersectează în  $P$ . Dacă  $CN = 18$  cm și  $\sphericalangle ABC = 30^\circ$ , atunci lungimea segmentului  $MP$  este egală cu:

A 4,5 cm                      B 4 cm                      C 5,5 cm                      D 9 cm                      E 5 cm

24. Se consideră patrulaterul convex  $ABCD$ , astfel încât  $AC$  este bisectoarea unghiului  $BAD$ ,  $BD$  este bisectoarea unghiului  $ABC$ , iar  $AB = AD + BC$ . Dacă punctul  $O$  este intersecția diagonalelor  $AC$  și  $BD$ , atunci unghiul dintre dreptele  $OA$  și  $OB$  are măsura egală cu:

A  $120^\circ$                       B  $60^\circ$                       C  $90^\circ$                       D  $75^\circ$                       E  $45^\circ$



MINISTERUL EDUCAȚIEI



Societatea de Științe Matematice  
din România

**Olimpiada Națională de Matematică**  
Etapa locală - 26 februarie 2022  
**CLASA a VII-a**

**Grila de răspunsuri**

1. D
2. C
3. E
4. E
5. A
6. B
7. C
8. C
9. A
10. D
11. B
12. D
13. C
14. C
15. E
16. B
17. A
18. E
19. D
20. D
21. B
22. B
23. A
24. B