

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală - 26 februarie 2022
CLASA a VIII-a – enunțuri

Timp de lucru 180 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct

Alegeți varianta de răspuns. Pentru fiecare întrebare, un singur răspuns este cel corect.

1. Fie x și y numere reale cu proprietatea că $|x - 3| + \sqrt{y^2 + 6y + 9} = 0$. Atunci x^y este:
A 27 B $\frac{1}{27}$ C -27 D $-\frac{1}{27}$ E 3
2. Cel mai apropiat întreg de numărul $a = \sqrt{2021 \cdot 2023}$ este:
A 2020 B 2021 C 2022 D 2023 E 2024
3. Numărul 0, 2022 se află în intervalul:
A $\left[0, \frac{1}{10}\right]$ B $\left[\frac{1}{10}, \frac{1}{5}\right]$ C $\left[\frac{1}{5}, \frac{1}{4}\right]$ D $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right]$ E $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$
4. Se consideră piramida regulată $VABC$, unde G_1 este centrul de greutate al triunghiului VAB , iar G_2 este centrul de greutate al triunghiului VAC . Dacă $G_1G_2 = 2$ cm, atunci aria triunghiului ABC este:
A $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ cm² B $9\sqrt{3}$ cm² C $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ cm² D $\frac{9}{4}$ cm² E $\frac{9}{2}$ cm²
5. Suma cifrelor a și b pentru care numărul $\sqrt{2, (a) + 3, (b)}$ este rațional, este:
A 2 B 3 C 4 D 5 E 6
6. Dacă $x \in [-3, 1]$ și $\frac{|x|}{|x - 1| + |x + 3|} = 0, (5)$, atunci $-\frac{1}{x}$ se află în intervalul:
A $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ B $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ C $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ D $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ E $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$
7. Se consideră punctele distincte A, B, C, D, E, F , oricare trei necoliniare, situate într-un plan α și un punct P în afara planului α . Dacă a este numărul dreptelor determinate de câte două dintre cele șapte puncte și b este numărul planelor determinate de câte trei dintre cele șapte puncte, atunci $a + b$ este:
A 22 B 23 C 36 D 37 E 56
8. Dacă $x^2 + 5y^2 - 2xy - 12y + 9 = 0$, atunci $x + y$ este:
A 4 B 3 C 5 D 2, 5 E 1, 5
9. Fie cubul $ABCD A'B'C'D'$. Atunci cosinusul unghiului format de dreptele AB și $A'C$ este:
A $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E $\frac{\sqrt{2}}{3}$
10. Valoarea numărului real $\sqrt{4 + \sqrt{8}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$ este egală cu:
A 2 B $\sqrt{2}$ C 1 D 4 E $2\sqrt{2}$
11. Fie intervalul $I = (a, b)$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Dacă $I \cap \mathbb{Z} = \{2021, 2022\}$ și $E = |a - 2020| + |b - 2023| + |a - b|$, atunci expresia E este egală cu:
A 0 B 1 C 2 D 4 E 3
12. Fie mulțimea $A = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z} \text{ și } |x - 2y + 3| + |x + 2y - 3| < 2\}$. Cardinalul mulțimii A este egal cu:
A 1 B 4 C 2 D 3 E 0
13. Câte numere întregi n există, pentru care $4n^4 + 1$ este număr prim?

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

14. Se consideră pătratul $ABCD$ și un punct P situat pe perpendiculara în D pe planul pătratului.

Dacă E, F și G sunt proiecțiile lui D pe PA, PB , respectiv PC , atunci $\left(\frac{EA}{EP} + \frac{GC}{GP}\right) \cdot \frac{FP}{FB}$ este egal cu:

A 1 B 2 C $\frac{1}{2}$ D $\sqrt{2}$ E $\frac{3}{2}$

15. Câte elemente are mulțimea $A = \{ab \mid \sqrt{ab} + \sqrt{b} \in \mathbb{N}\}$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

16. În tetraedrul regulat $ABCD$, notăm cu M mijlocul muchiei BD . Atunci cosinusul unghiului format de dreptele CM și AD este:

A $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E $\frac{\sqrt{3}}{2}$

17. Trei fețe ale unui paralelipiped dreptunghic au lungimile diagonalelor direct proporționale cu numerele $\sqrt{3}, 2, \sqrt{5}$. Știind că lungimea diagonalei paralelipipedului este 6 cm, produsul celor trei dimensiuni ale paralelipipedului, în cm^3 , este:

A un număr irațional B un număr natural cub perfect C un număr natural prim D un număr natural neîntreg E un număr natural pătrat perfect

18. Fie $x, y \in \mathbb{R}$ cu $y \in [-1, 3)$ și $x - y + 1 = 0$. Cel mai apropiat număr întreg de numărul

$\sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13} + \sqrt{x^2 + y^2 + 4x + 2y + 5}$ este:

A 3 B 4 C 5 D 6 E 7

19. O furnică pornește din punctul A și se deplasează pe baza $ABCD$ a unei piramide patrulatere regulate $VABCD$, apoi pe fața laterală VBC , intersectând muchia BC în punctul M , diferit de B și C și se oprește în vârful V . Dacă toate muchiile piramidei au lungimea de 4 dm, iar lungimea drumului parcurs de furnică este minimă, lungimea segmentului BM este:

A $8 - 4\sqrt{3}$ dm B $2 + \sqrt{3}$ dm C 2 dm D $4 - \sqrt{3}$ dm E $\frac{4 + \sqrt{3}}{2}$ dm

20. Maximul expresiei $E(x) = \frac{2x^2 - 8x + 17}{x^2 - 4x + 7}$, unde $x \in \mathbb{R}$, este:

A 5 B 4 C 1 D 3 E 2

21. Fie $SABC$ o piramidă triunghiulară regulată, cu baza ABC și M mijlocul muchiei AC . Dacă măsura unghiului $\sphericalangle BSM$ este 90° , atunci unghiul format de planele (SAB) și (SMB) este egal cu:

A 30° B 45° C 60° D 90° E 15°

22. Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$. Atunci măsura unghiului format de dreptele AC' și $A'B$ este:

A 30° B 45° C 60° D 90° E 15°

23. Fie x, y, z numere reale pozitive pentru care $[x] \cdot y \cdot z = \frac{5\sqrt{6}}{6}$, $x \cdot [y] \cdot z = \frac{\sqrt{15}}{2}$, $x \cdot y \cdot [z] = \frac{\sqrt{10}}{2}$,

unde $[b]$ este partea întreagă a numărului b . Atunci $[x^2 + y^2 + z^2]$ este:

A 1 B 3 C 4 D 7 E 5

24. Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$ și M, N, P mijloacele muchiilor AB, AD , respectiv AA' . Atunci măsura unghiului format de dreapta $A'C'$ cu dreapta de intersecție a planelor (MNP) și (BCC') este:

A 30° B 45° C 60° D 90° E 15°



MINISTERUL EDUCAȚIEI



Societatea de Științe Matematice
din România

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală - 26 februarie 2022
CLASA a VIII-a

Grila de răspunsuri

Problema	Răspuns
1.	B
2.	C
3.	C
4.	B
5.	C
6.	D
7.	D
8.	B
9.	A
10.	A
11.	E
12.	E
13.	C
14.	A
15.	B
16.	A
17.	E
18.	D
19.	A
20.	D
21.	B
22.	D
23.	E
24.	C