

**Examenul național de bacalaureat 2022**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Calculați termenul  $a_1$  al progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_3 = 6$  și  $a_4 = 9$ .
- 5p** 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x - 3$ . Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $f(a) = g(a)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x+3) = 2$ .
- 5p** 4. În urma unei scumpiri cu 30%, prețul unui produs a crescut cu 60 de lei. Determinați prețul produsului după scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-4,1)$ ,  $B(2,3)$  și dreapta  $d$  de ecuație  $y = 2x + a$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numărul real  $a$ , știind că mijlocul segmentului  $AB$  aparține dreptei  $d$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , cu  $AB = AC$ ,  $BC = 12$  și măsura unghiului  $B$  egală cu  $45^\circ$ . Arătați că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu 36.

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x & x \\ 1 & 2x+1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(0)) = 0$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $2A(4) + A(-2) = aA(2)$ .
- 5p** c) Arătați că, dacă  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  astfel încât  $X \cdot A(1) = A(m)$ , unde  $m$  este număr întreg, atunci matricea  $X$  are toate elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = (x+y)(x-1)(y-1) + 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $2 * 1 = 1$ .
- 5p** b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** c) Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $n * (1-n) \geq n^2$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+3}{x^2} + \ln x$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^3}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $\ln \frac{x}{3} \geq \frac{2}{3} - \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}$ , pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{e^x}{2} + 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^2 \left( f(x) - \frac{e^x}{2} \right) dx = 4$ .

**5p** b) Arătați că  $\int_0^1 2x(f(x)-1)dx = \frac{5}{3}$ .

**5p** c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\int_{-1}^0 (f(x)-x) \cdot f(x)dx = \frac{(3e+1)(3e+a)}{8e^2}$ .