Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$5(1+2i)-2i(5-i)=5+10i-10i+2i^2=$	**3p**
	$=5+2\cdot(-1)=3$	**2p**
2.	$f(a)=a^2-2a-3$, deci $a^2-2a-3=1+a^2$	**3p**
	$-2a=4$, de unde obținem $a=-2$	**2p**
3.	$2x^2+1=3^2 \Rightarrow x^2-4=0$	**3p**
	$x=-2$ sau $x=2$, care convin	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 20 de numere care au cifrele impare și distincte, deci sunt 20 de cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{20}{90}=\frac{2}{9}$	**3p**
5.	$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ este paralelogram, deci segmentele AC și BD au același mijloc	**2p**
	Mijlocul segmentului AC are coordonatele $(3,1)$, de unde obținem $D(5,-4)$	**3p**
6.	$\sin B=\frac{AC}{BC}$, $\sin C=\frac{AB}{BC}$, deci $AC=2AB$	**2p**
	Cum $AB^2+AC^2=100$, obținem $AB=2\sqrt{5}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}2&-1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}2&-1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0+0+0-0-0-(-1)=1$	**3p**
b)	$A(x)-I_3=\begin{pmatrix}x&-x&0\\x&-x&0\\0&0&0\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(A(x)-I_3)(A(x)-I_3)=\begin{pmatrix}x^2-x^2&-x^2+x^2&0\\x^2-x^2&-x^2+x^2&0\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=O_3$, pentru orice număr real x	**3p**
c)	$A(x)\cdot A(x)=2A(x)-I_3$, pentru orice număr real x	**2p**
	$2A(x)-I_3=xA(x)-(x-1)I_3 \Leftrightarrow (x-2)(A(x)-I_3)=O_3$, de unde obținem $x=0$ sau $x=2$	**3p**

2.a)	$0*2=(0+2)^2-2(0-2)-3=$	**3p**
	$=4+4-3=5$	**2p**
b)	$x*(x+1)=4x^2+4x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$4x^2+4x=8 \Leftrightarrow x^2+x-2=0$, de unde obținem $x=-2$ sau $x=1$	**3p**
c)	$(m+n)^2-2(m-n)-3=2mn \Leftrightarrow m^2+n^2-2m+2n-3=0$	**2p**
	$(m-1)^2+(n+1)^2=5$ și, cum m și n sunt numere naturale, obținem perechile $(0,1)$, $(2,1)$ și $(3,0)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=(2x-5)\sqrt{x}+\left(x^2-5x+10\right)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=$	**3p**
	$=\frac{5x^2-15x+10}{2\sqrt{x}}=\frac{5\left(x^2-3x+2\right)}{2\sqrt{x}}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$ sau $x=2$	**2p**
	$f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(0,1]$, deci f este crescătoare pe $(0,1]$, $f'(x)\leq 0$, pentru orice $x\in[1,2]$, deci f este descrescătoare pe $[1,2]$ și $f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[2,+\infty)$, deci f este crescătoare pe $[2,+\infty)$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{x^2\sqrt{x}}\right)^{\frac{x}{5}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-5x+10}{x^2}\right)^{\frac{x}{5}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\left(1+\frac{-5x+10}{x^2}\right)^{\frac{x^2}{-5x+10}}\right)^{\frac{-5x+10}{x^2}\cdot\frac{x}{5}}=$	**3p**
	$=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-5x+10}{5x}}=e^{-1}=\frac{1}{e}$	**2p**
2.a)	$\int_0^2\left(f(x)-\frac{1}{e^x+1}\right)dx=\int_0^2\left(x+e^x\right)dx=\left.\left(\frac{x^2}{2}+e^x\right)\right\|_0^2=$	**3p**
	$=2+e^2-1=e^2+1$	**2p**
b)	$\int_{-1}^1 e^x\left(f(x)-x-e^x\right)dx=\int_{-1}^1\frac{e^x}{e^x+1}dx=\int_{-1}^1\frac{\left(e^x+1\right)'}{e^x+1}dx=\left.\ln\left(e^x+1\right)\right\|_{-1}^1=$	**3p**
	$=\ln(e+1)-\ln\frac{1+e}{e}=\ln e=1$	**2p**
c)	$\int_0^1 x\left(f(x)+f(-x)\right)dx=\int_0^1 x\left(e^x+e^{-x}+1\right)dx=\int_0^1 x\left(e^x-e^{-x}+x\right)'dx=\left.x\left(e^x-e^{-x}+x\right)\right\|_0^1-$ $-\int_0^1\left(e^x-e^{-x}+x\right)dx=e-\frac{1}{e}+1-\left.\left(e^x+e^{-x}+\frac{x^2}{2}\right)\right\|_0^1=\frac{5}{2}-\frac{2}{e}$	**3p**
	$\frac{5}{2}-\frac{2}{e}=\frac{m}{2}-\frac{2}{e}$, de unde obținem $m=5$	**2p**