

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $5(1+2i) - 2i(5-i) = 3$, unde $i^2 = -1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 1 + a^2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(2x^2 + 1) = 2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele impare și distincte.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,0)$, $B(1,6)$ și $C(4,2)$. Determinați coordonatele punctului D , știind că $\overline{AB} = \overline{DC}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , astfel încât $BC = 10$ și $\sin B = 2 \sin C$. Arătați că lungimea laturii AB este egală cu $2\sqrt{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & -x & 0 \\ x & 1-x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p b) Arătați că $(A(x) - I_3)(A(x) - I_3) = O_3$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $A(x) \cdot A(x) = xA(x) - (x-1)I_3$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x+y)^2 - 2(x-y) - 3$.
- 5p a) Arătați că $0 * 2 = 5$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x * (x+1) = 8$.
- 5p c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m * n = 2mn$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 5x + 10)\sqrt{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{5(x^2 - 3x + 2)}{2\sqrt{x}}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x^2\sqrt{x}} \right)^{\frac{x}{5}} = \frac{1}{e}$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x + \frac{1}{e^x + 1}$.

5p a) Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{1}{e^x + 1} \right) dx = e^2 + 1$.

5p b) Arătați că $\int_{-1}^1 e^x (f(x) - x - e^x) dx = 1$.

5p c) Determinați numărul real m pentru care $\int_0^1 x(f(x) + f(-x)) dx = \frac{m}{2} - \frac{2}{e}$.