Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_2 = 6$ și $a_3 = 12$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)+f(2a)=2$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x\cdot\dfrac{1}{5}=25$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 16.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$ și $B(1,4)$. Determinați coordonatele punctului C, astfel încât punctul A este mijlocul segmentului BC.
5p	**6.** Se consideră expresia $E(x)=\sin x+\sin\dfrac{3x}{2}-\cos\dfrac{x}{2}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 3-x\\ 2-x & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det A=0$.
5p	**b)** Arătați că $B(x)-B(0)=xA$, pentru orice număr real x.
5p	**c)** Arătați că matricea $C(a)=B(a)\cdot B(1)-B(a+1)$ este inversabilă, pentru orice număr întreg a.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(2x-1)(2y-1)+1$.
5p	**a)** Arătați că $1*2=4$.
5p	**b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*x=2$.
5p	**c)** Determinați numărul întreg nenul m pentru care $m*\left(1+\dfrac{1}{m}\right)=1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+1+\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{4x^2+1}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-\ln x}{x^2+x+4}=2$.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este bijectivă.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\left(e^x+2x^2\right)$.
5p	**a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^4\frac{f(x)}{e^x+2x^2}\,dx=8$.

5p	**b)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x) - 2x^3\right) dx = 1$.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_1^2 \frac{1}{x} \cdot f\left(x^2\right) dx = \frac{e^4 - e}{2} + a$.