

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
20 iulie 2022

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1.	a) $x_1 + x_2 = \frac{2m}{m-1}$	3p
	$x_1 x_2 = \frac{m-2}{m-1} \Rightarrow x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = \frac{2m+2m-4}{m-1} = \frac{4(m-1)}{m-1} = 4$, pentru orice număr real m , $m \neq 1$	4p
	b) Dacă $x_1, x_2 \in (-2, 1)$, atunci $-3 < 2x_1 + 1 < 3$ și $-3 < 2x_2 + 1 < 3$ $(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) < 9 \Rightarrow 4x_1 x_2 + 2x_1 + 2x_2 + 1 < 9$ Obținem $x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 < 4$, ceea ce este fals	3p 3p 2p
2.	a) FO este mediatoarea segmentului $BD \Rightarrow \triangle DFB$ este isoscel și, cum unghiul ADB are măsura egală cu 60° , obținem că $\triangle DFB$ este echilateral $BA \perp DF$, deci A este mijlocul lui $DF \Rightarrow AF = 5$ cm $AFBC$ paralelogram, deci $\mathcal{A}_{AFBC} = AB \cdot BC = 25\sqrt{3}$ cm ²	3p 2p 2p
	b) $AFBC$ paralelogram, deci $AC \parallel FB$ $BA \perp DF$, $FO \perp BD$ și $\{E\} = BA \cap FO \Rightarrow E$ este ortocentrul $\triangle DFB$ $DE \perp FB$, deci unghiul format de dreptele AC și DE are măsura de 90°	2p 3p 3p
	3.	a) $x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = a$, $x_1 x_2 x_3 = -1$ $\frac{1}{x_1^3 + x_1^2 + 1} + \frac{1}{x_2^3 + x_2^2 + 1} + \frac{1}{x_3^3 + x_3^2 + 1} = \frac{1}{-ax_1} + \frac{1}{-ax_2} + \frac{1}{-ax_3} = \frac{x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3}{-ax_1 x_2 x_3} = 1$, pentru orice număr real nenul a
	b) $f \in \mathbb{Z}[X]$ și, cum polinomul f are o rădăcină număr întreg, aceasta este -1 sau 1 Dacă $f(-1) = 0$, obținem $a = 1$, care convine Dacă $f(1) = 0$, obținem $a = -3$, care convine	4p 2p 2p
4.	a) $2 \ln n - (f(1) + f(2) + \dots + f(n)) = \ln n^2 - \ln \left(\frac{6}{4} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{8}{6} \cdot \dots \cdot \frac{n+3}{n+1} \cdot \frac{n+4}{n+2} \cdot \frac{n+5}{n+3} \right) = \ln \frac{20n^2}{(n+5)(n+4)}$	4p
	$\lim_{n \rightarrow +\infty} (2 \ln n - (f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n))) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln \frac{20n^2}{(n+5)(n+4)} = \ln 20$	3p

<p>b) $\mathcal{A} = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \ln \frac{x+5}{x+3} dx = x \ln \frac{x+5}{x+3} \Big _0^1 + \int_0^1 \frac{2x}{(x+3)(x+5)} dx =$</p>	2p
<p>$= \ln \frac{3}{2} - 3 \ln(x+3) \Big _0^1 + 5 \ln(x+5) \Big _0^1 = \ln(2^{-2} \cdot 3^9 \cdot 5^{-5})$</p>	2p
<p>$\ln(2^{-2} \cdot 3^9 \cdot 5^{-5}) = \ln(2^p \cdot 3^q \cdot 5^r) \Rightarrow 2^{-2} \cdot 3^9 \cdot 5^{-5} = 2^p \cdot 3^q \cdot 5^r$ și, cum p, q și r sunt numere întregi, obținem $p = -2$, $q = 9$ și $r = -5$</p>	4p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

<p><i>Itemul cu răspuns scurt elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia acest item poate fi utilizat - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate 	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
<p><i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia acest item poate fi utilizat - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate 	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
<p><i>Itemul de tip întrebare structurată elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței/competențelor specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia acest item poate fi utilizat - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate 	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>