

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 7

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $1 + 6 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 6$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2$ . Arătați că  $f(3) - f(2) = 1$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{3x+1} = 2$ .
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , numărul  $10 - n$  să fie par.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(a, 0)$  și  $B(a, 6)$ , unde  $a$  este număr real. Arătați că  $AB = 6$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , cu  $AB = 5$  și  $AC = 2AB$ . Arătați că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu 25.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = -2$ .
- 5p b) Arătați că  $A - 4I_2 = 3B$ .
- 5p c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $X + X \cdot B = A$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy(x + y - 4)$ .
- 5p a) Arătați că  $2 * 3 = 6$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $1 * x = 4$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $2^x * 2^x = 2^{3x}$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 3$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 3x(x - 6)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{3f(x) - xf'(x)} = \frac{2}{3}$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - 1)e^x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^2 \frac{f(x)}{e^x} dx = 0$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx = 2 - e$ .
- 5p c) Determinați numărul natural  $n$ ,  $n > 2$ , pentru care  $\int_2^n \frac{x}{f(x) \cdot f(-x)} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{8}$ .