

**Examenul de bacalaureat național 2023**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**Model**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} + 2\frac{1}{2} = 5$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a)$  este media aritmetică a numerelor  $f(1)$  și  $f(5)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2\sqrt{x-1} + 3 = 5$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $M = \{1, 2, 3, \dots, 2022\}$ , acesta să fie multiplu de 2.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, 3)$ ,  $B(-2, -1)$  și  $C(1, -1)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic.
- 5p** 6. Lungimea razei cercului circumscris triunghiului  $ABC$  este 5, iar  $BC = 10$ . Calculați  $\sin A$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = xy + 8(x + y) + 56$ .

- 5p** 1. Arătați că  $(-5) \circ (-6) = -2$ .
- 5p** 2. Demonstrați că  $x \circ y = (x + 8)(y + 8) - 8$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 3. Arătați că  $e = -7$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p** 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $x \circ (x + 2) \leq -8$ .
- 5p** 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^x \circ (-7) = 16$ .
- 5p** 6. Determinați numărul real  $a$  pentru care  $2(a \circ 1) = a + (a \circ 2)$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  și  $M(x) = I_2 + xA$ , unde  $x$  este număr real.

- 5p** 1. Arătați că  $\det A = -6$ .
- 5p** 2. Demonstrați că  $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 3x \\ 2x & x+1 \end{pmatrix}$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** 3. Arătați că suma elementelor matricei  $B$  este pătratul unui număr natural, unde  $B = (-1) \cdot M(-1) \cdot M(1)$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(M(x)) = 0$ .
- 5p** 5. Arătați că matricea  $C$  este inversabilă, unde  $C = M(1) - M(2) + M(3) - M(4)$ .
- 5p** 6. Determinați perechile  $(a, b)$  de numere naturale pentru care  $aM(b) + bM(a) = I_2$ .