

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR  
19 iulie 2023

Probă scrisă  
MATEMATICĂ

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1.	a) $x_1 + x_2 = \frac{2m}{m-1}$	3p
	$x_1 x_2 = \frac{m-2}{m-1} \Rightarrow x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = \frac{2m+2m-4}{m-1} = \frac{4(m-1)}{m-1} = 4$ , pentru orice număr real $m$ , $m \neq 1$	4p
	b) Dacă $x_1, x_2 \in (-2, 1)$ , atunci $-3 < 2x_1 + 1 < 3$ și $-3 < 2x_2 + 1 < 3$	3p
	$(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) < 9 \Rightarrow 4x_1 x_2 + 2x_1 + 2x_2 + 1 < 9$	3p
	Obținem $x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 < 4$ , ceea ce este fals	2p
2.	a) $FO$ este mediatoarea segmentului $BD \Rightarrow \triangle DFB$ este isoscel și, cum unghiul $ADB$ are măsura egală cu $60^\circ$ , obținem că $\triangle DFB$ este echilateral	3p
	$BA \perp DF$ , deci $A$ este mijlocul lui $DF \Rightarrow AF = 5$ cm	2p
	$AFBC$ paralelogram, deci $\mathcal{A}_{AFBC} = AB \cdot BC = 25\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup>	2p
	b) $AFBC$ paralelogram, deci $AC \parallel FB$	2p
	$BA \perp DF$ , $FO \perp BD$ și $\{E\} = BA \cap FO \Rightarrow E$ este ortocentrul $\triangle DFB$	3p
	$DE \perp FB$ , deci unghiul format de dreptele $AC$ și $DE$ are măsura de $90^\circ$	3p
3.	a) $x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = a$ , $x_1 x_2 x_3 = -1$	4p
	$\frac{1}{x_1^3 + x_1^2 + 1} + \frac{1}{x_2^3 + x_2^2 + 1} + \frac{1}{x_3^3 + x_3^2 + 1} = \frac{1}{-ax_1} + \frac{1}{-ax_2} + \frac{1}{-ax_3} = \frac{x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3}{-ax_1 x_2 x_3} = 1$ , pentru orice număr real nenul $a$	3p
	b) $f \in \mathbb{Z}[X]$ și, cum polinomul $f$ are o rădăcină număr întreg, aceasta este $-1$ sau $1$	4p
	Dacă $f(-1) = 0$ , obținem $a = 1$ , care convine	2p
	Dacă $f(1) = 0$ , obținem $a = -3$ , care convine	2p
4.	a) $2 \ln n - (f(1) + f(2) + \dots + f(n)) = \ln n^2 - \ln \left( \frac{6}{4} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{8}{6} \cdot \dots \cdot \frac{n+3}{n+1} \cdot \frac{n+4}{n+2} \cdot \frac{n+5}{n+3} \right) = \ln \frac{20n^2}{(n+5)(n+4)}$	4p
	$\lim_{n \rightarrow +\infty} (2 \ln n - (f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n))) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln \frac{20n^2}{(n+5)(n+4)} = \ln 20$	3p

<p><b>b)</b> <math>\mathcal{A} = \int_0^1  f(x)  dx = \int_0^1 \ln \frac{x+5}{x+3} dx = x \ln \frac{x+5}{x+3} \Big _0^1 + \int_0^1 \frac{2x}{(x+3)(x+5)} dx =</math></p>	<b>2p</b>
<p><math>= \ln \frac{3}{2} - 3 \ln(x+3) \Big _0^1 + 5 \ln(x+5) \Big _0^1 = \ln(2^{-2} \cdot 3^9 \cdot 5^{-5})</math></p>	<b>2p</b>
<p><math>\ln(2^{-2} \cdot 3^9 \cdot 5^{-5}) = \ln(2^p \cdot 3^q \cdot 5^r) \Rightarrow 2^{-2} \cdot 3^9 \cdot 5^{-5} = 2^p \cdot 3^q \cdot 5^r</math> și, cum <math>p, q</math> și <math>r</math> sunt numere întregi, obținem <math>p = -2, q = 9</math> și <math>r = -5</math></p>	<b>4p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<p><i>Itemul cu răspuns scurt</i> elaborat:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare în cadrul căreia acest item poate fi utilizat</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<p><i>Itemul de tip alegere multiplă</i> elaborat:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare în cadrul căreia acest item poate fi utilizat</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<p><i>Itemul de tip întrebare structurată</i> elaborat:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței/competențelor specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare în cadrul căreia acest item poate fi utilizat</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p>