

**Examenul de bacalaureat național 2023**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

Simulare

*Filiera vocațională: profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\sqrt{2}(2\sqrt{2} - \sqrt{6}) + 2\sqrt{3} = 4$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 1$ . Determinați numărul real pozitiv  $a$  pentru care  $f(a)$  este media geometrică a numerelor  $f(0)$  și  $f(4)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2 \cdot 3^{x+1} = 18$ .
- 5p** 4. Prețul unui produs este 300 de lei. După o scumpire cu  $p\%$  prețul produsului devine 360 de lei. Calculați  $p$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1, 2)$ ,  $B(1, 1)$  și  $C(3, m)$ . Determinați numărul real  $m$  pentru care punctul  $C$  aparține dreptei  $AB$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ ,  $AB = 6$  și măsura unghiului  $C$  este egală cu  $60^\circ$ . Arătați că  $BC = 4\sqrt{3}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = \frac{1}{3}xy - x - y + 6$ .
- 5p** 1. Arătați că  $1 \circ (-3) = 7$ .
- 5p** 2. Arătați că  $e = 6$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația  $\sqrt{x} \circ 6 = 1$ .
- 5p** 4. Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $2 \circ n < (2n) \circ 1 + 1$ .
- 5p** 5. Demonstrați că  $x \circ y = \frac{1}{3} \cdot (x-3)(y-3) + 3$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** 6. Calculați  $\sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \dots \circ \sqrt{2023}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este un număr real.
- 5p** 1. Arătați că  $A \cdot A = 5I_2$ .
- 5p** 2. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $\det(B(a) + A) = 0$ .
- 5p** 3. Demonstrați că  $B(q-1)$  este inversabilă pentru orice număr rațional  $q$ .
- 5p** 4. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $B(a) \cdot B(a) = B\left(\frac{5}{4}\right)$ .
- 5p** 5. Determinați numerele reale pozitive  $x$  pentru care  $B(\log_2 x) - B(\log_4 x) = I_2$ .
- 5p** 6. Determinați matricea  $X \in M_2(\mathbb{R})$  pentru care  $X \cdot B(0) = A$ .