

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = 4$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 6$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(2x + 1) = \log_7 9$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 23\}$, acesta să verifice inegalitatea $n \geq 10$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 2)$ și $B(1, 6)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AC = \sqrt{2}$ și $BC = 2$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p b) Arătați că $2B - A = 3C$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X \cdot A = B + 2C$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$.
- 5p a) Arătați că $5 * 4 = 4$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $x * 6 = 6x$.
- 5p c) Determinați numerele naturale nenule n pentru care $\frac{4}{n} * n > 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 9$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x^2 + 4x - 5)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{e^x f''(x)} = 0$.
2. Se consideră funcția $f: (-9, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{8x}{x+9}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (x+9) \cdot f(x) dx = 4$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^6 \frac{1}{8x} \cdot f(x) dx = \ln \frac{3}{2}$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^3 f(x^2) dx = 6(4 + a\pi)$.