

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_6 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, cu $a_1 = 3$ și $a_5 = 23$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(m, -1)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x-1} = 9 \cdot 3^{x+1}$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determinați numărul submulțimilor nevide ale mulțimii A , care au cel mult două elemente.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 1)$ și $B(4, 4)$. Determinați coordonatele punctului C , știind că $\overline{OA} = \overline{BC}$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 6$ și înălțimea $AD = 3$. Arătați că raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu $2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & x & x \\ 1 & x & 1 \\ -1 & -x & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 0$.
- 5p** b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) - A(xy) = (x + y - 2)A(0)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numerele reale x și y pentru care $A(-1) \cdot A(3) \cdot A(x) = A(y)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^4 + 2X^3 - 8X^2 + 3mX + m$, unde m este număr real.
- 5p** a) Pentru $m = 2$, arătați că $f(1) = 3$.
- 5p** b) Pentru $m = 0$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Determinați numărul rațional m pentru care polinomul f are rădăcina $x_1 = 1 + \sqrt{3}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3e^x}{x^2 + x + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{3e^x(x^2 - x)}{(x^2 + x + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(2x)}{f(x)} = +\infty$.
- 5p** c) Demonstrați că ecuația $f(x) = m$ are exact trei soluții, pentru orice $m \in (e, 3)$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x + \ln(x + 1)$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - \ln(x + 1)) dx = 9$.

5p | b) Arătați că $\int_0^{e-1} \frac{f(x) - 6x}{x+1} dx = \frac{1}{2}$.

5p | c) Determinați numărul real a , știind că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x^2)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$ este egală cu $a\pi + \ln 2$.