

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{50} - 5(\sqrt{2} - 1) = 5$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + a$, unde a este număr real. Arătați că $f(1) = f(2)$, pentru orice număr real a .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+2) = \log_3(4-x)$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 8.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, a)$, $B(1, 0)$ și $C(5, 2)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul A este mijlocul segmentului BC .
- 5p** 6. Arătați că $\sin 30^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ + \cos 60^\circ = 2$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 3(4 - x - y) + xy$.

- 5p** 1. Arătați că $3 * 0 = 3$.
- 5p** 2. Demonstrați că $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 3. Arătați că $e = 4$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** 4. Arătați că $\frac{7}{3}$ este simetricul lui $\frac{3}{2}$ în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.
- 5p** 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x * 3^x = 3$.
- 5p** 6. Calculați $3 * 4 * 5 * \dots * 2023$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det(B(0)) = -1$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot A = 5I_2$.
- 5p** 3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(B(a) + A) = 0$.
- 5p** 4. Determinați numărul real a pentru care $B(a) \cdot B(-2) = B(0) - I_2$.
- 5p** 5. Demonstrați că matricea $B(a-1)$ este inversabilă, pentru orice număr rațional a .
- 5p** 6. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $X \cdot B(0) = A$.