

**Examenul național de bacalaureat 2023**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 7**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$1,5 + 3 \cdot (1 - 0,5) = 1,5 + 3 \cdot 0,5 =$ $= 1,5 + 1,5 = 3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.</b>	$f(0) = 5$ $f(1) = 4$ , deci $f(0) - f(1) = 5 - 4 = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>3.</b>	$3x - 8 = 1$ $x = 3$ , care convine	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>4.</b>	Mulțimea $A$ are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile Numerele $n$ , din mulțimea $A$ , pentru care $2n \geq 9$ sunt 5, 7 și 9, deci sunt 3 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{3}{5}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5.</b>	$AC = \sqrt{10}$ $BC = \sqrt{10}$ , deci triunghiul $ABC$ este isoscel	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>6.</b>	$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow 50 = \frac{AB \cdot 5}{2}$ $AB = \frac{2 \cdot 50}{5} = 20$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) =$ $= 1 + 1 = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$3A(2) + A(6) = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -6 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -6 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -12 & -4 \end{pmatrix} =$ $= 4 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} = 4A(3)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$A(x) \cdot A(x) = \begin{pmatrix} x^2 - x & 2 \\ -2x & x^2 - 5x + 4 \end{pmatrix}$ , pentru orice număr real $x$ $\begin{pmatrix} x^2 - x & 2 \\ -2x & x^2 - 5x + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & 2 \\ -2x & 4 - 2x \end{pmatrix}$ , de unde obținem $x = 0$ sau $x = 3$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$1 * 1 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 1 - 1 =$ $= 1 + 2 - 1 - 1 = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x * 2 = 4x - 3$ , pentru orice număr real $x$ $4x - 3 = x$ , de unde obținem $x = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>

<b>c)</b>	$(1-x) * x = -x^2 - 2x - 1 + 2 =$	<b>3p</b>
	$= -(x+1)^2 + 2 \leq 2$ , pentru orice număr real $x$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 2 - 2e^{-x} = 2 - \frac{2}{e^x} =$	<b>3p</b>
	$= \frac{2e^x - 2}{e^x} = \frac{2(e^x - 1)}{e^x}$ , $x \in \mathbb{R}$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$f(0) = 1$ , $f'(0) = 0$	<b>2p</b>
	Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ , adică $y = 1$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \frac{2}{e^x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 2 + \frac{2}{xe^x} - \frac{1}{x} \right) = 2$ , deci $m = 2$	<b>3p</b>
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2}{e^x} - 1 \right) = -1$ , deci $n = -1$	<b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^2 (f(x) - 3x) dx = \int_1^2 4x^3 dx = x^4 \Big _1^2 =$	<b>3p</b>
	$= 16 - 1 = 15$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_2^5 \frac{1}{f(x) - 4x^3 + 3} dx = \frac{1}{3} \int_2^5 \frac{1}{x+1} dx = \frac{1}{3} \ln(x+1) \Big _2^5 =$	<b>3p</b>
	$= \frac{1}{3} (\ln 6 - \ln 3) = \frac{1}{3} \ln 2$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$g(x) = 5x^2 + 3$ , $x \in [1, 2]$ , deci $\mathcal{V} = \pi \int_1^2 (25x^4 + 30x^2 + 9) dx = \pi (5x^5 + 10x^3 + 9x) \Big _1^2 = 234\pi$	<b>3p</b>
	$f(3) = 4 \cdot 3^3 + 3 \cdot 3 = 117$ , deci $\mathcal{V} = 2\pi f(3)$	<b>2p</b>