Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2(1-2i)+i(4+i)=2-4i+4i+i^2=$	**3p**
	$=2+(-1)=1$	**2p**
2.	$f(3)=-3 \Rightarrow 9+3a-a=-3$	**3p**
	$a=-6$	**2p**
3.	$x^2+8=8-2x$, de unde obținem $x^2+2x=0$	**3p**
	$x=-2$ sau $x=0$, care convin	**2p**
4.	Cifra zecilor se poate alege în 2 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alege în câte 4 moduri, deci se pot forma $2\cdot 4=8$ numere	**3p**
5.	$\overrightarrow{OA}=3\vec{j}$, $\overrightarrow{OB}=4\vec{i}$	**2p**
	$\overrightarrow{OC}=4\vec{i}+3\vec{j}$, deci punctul C are coordonatele $(4,3)$	**3p**
6.	$DC=4$	**2p**
	$BD=3$, deci $BC=BD+DC=3+4=7$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&-1&1\\1&0&0\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}0&0&1\\1&-1&1\\1&0&0\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0+0+0-(-1)-0-0=1$	**3p**
b)	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1&0&0\\-b+a&1&a-b\\0&0&1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}0&0&0\\a-b&0&a-b\\0&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=A(a)-A(b)+I_3$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
c)	$(A(1))^{-1}=A(1)$, $(A(0))^{-1}=A(0)$	**2p**
	$X=(A(1))^{-1}\cdot(A(0))^{-1}$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$	**3p**
2.a)	$3\circ 5=m(3-3)(5-3)+3=$	**3p**
	$=m\cdot 0\cdot 2+3=3$, pentru orice $m\in(0,+\infty)$	**2p**

b)	$x\circ\frac{7}{2}=2(x-3)\left(\frac{7}{2}-3\right)+3=x-3+3=x$, pentru orice $x\in M$	**2p**
	$\frac{7}{2}\circ x=2\left(\frac{7}{2}-3\right)(x-3)+3=x-3+3=x$, pentru orice $x\in M$, deci $e=\frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
c)	$f(x\circ y)=3+\sqrt{(x-3)(y-3)+3-3}=3+\sqrt{(x-3)(y-3)}=$	**2p**
	$=3+\left(3+\sqrt{x-3}-3\right)\left(3+\sqrt{y-3}-3\right)=\left(f(x)-3\right)\left(f(y)-3\right)+3=f(x)\circ f(y)$, pentru orice $x,y\in M$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=1-\frac{-e^{-x}(x-1)-e^{-x}}{(x-1)^2}=$	**3p**
	$=1+\frac{xe^{-x}}{(x-1)^2}=\frac{(x-1)^2+xe^{-x}}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{e^{-x}}{x(x-1)}\right)=1$	**3p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{e^{-x}}{x-1}\right)=0$, deci dreapta de ecuație $y=x$ este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	$f'(x)>0$, pentru orice $x\in(1,+\infty)\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(1,+\infty)$, deci f este injectivă	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to1}f(x)=-\infty$ și f este continuă, deci f este surjectivă, de unde obținem că f este bijectivă	**3p**
2.a)	$\int_1^3 f(x)\left(x^2+1\right)^2dx=\int_1^3 xdx=\frac{x^2}{2}\Big\vert_1^3=$	**3p**
	$=\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=4$	**2p**
b)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\frac{x}{\left(x^2+1\right)^2}dx=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)^2}dx=-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^2+1}\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$	**2p**
c)	$I_n=\int_0^1 x^n\sqrt{xf(x)}\,dx=\int_0^1\frac{x^{n+1}}{x^2+1}dx$, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
	$I_n-I_{n+4}=\int_0^1\frac{x^{n+1}\left(1-x^4\right)}{x^2+1}dx=\int_0^1 x^{n+1}\left(1-x^2\right)dx=\frac{x^{n+2}}{n+2}\Big\vert_0^1-\frac{x^{n+4}}{n+4}\Big\vert_0^1=\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+4}=$ $=\frac{2}{(n+2)(n+4)}$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**