Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1 = 6$ și $a_2 = 8$. Calculați a_3.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-9$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m,3)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x = 2^{3x-2}$.

5p **4.** La o competiție sportivă 40% dintre concurenți sunt fete. Determinați numărul total de concurenți, știind că la competiție au participat 80 de fete.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$, $B(1,3)$ și $C(a,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care segmentele AB și OC au același mijloc.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 8\sqrt{3}$ și $BC = 16$. Demonstrați că triunghiul AMC este echilateral, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3(xy - 2x - 2y) + 14$.

5p **1.** Arătați că $3 \circ 3 = 1 \circ 1$.

5p **2.** Demonstrați că $x \circ 2 = 2$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Arătați că $e = \frac{7}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 5$.

5p **5.** Arătați că $x \circ y \geq 2$, pentru orice numere reale $x \geq 2$ și $y \geq 2$.

5p **6.** Demonstrați că, dacă m și n sunt numere naturale nenule și $m \circ n = 8$, atunci $m + n = 7$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A = 0$.

5p **2.** Arătați că $A \cdot A = A$.

5p **3.** Determinați numerele reale a pentru care $\det(X(a)) = 2a^2$.

5p **4.** Demonstrați că $A \cdot X(a) = (a+1)A$, pentru orice număr real a.

5p **5.** Demonstrați că $X(m) \cdot X(n) = X(m + n + mn)$, pentru orice numere reale m și n.

5p **6.** Demonstrați că, dacă a și b sunt numere reale distincte pentru care $X(a) \cdot X(a) = X(b) \cdot X(b)$, atunci $a + b + 2 = 0$.