

**EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR**  
**24 iulie 2024**

**Probă scrisă**  
**MATEMATICĂ**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 2**

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(60 de puncte)**

1.	a) $\Delta = 0$ , deci $a^2 - 4 = 0$ $a = 2$ sau $a = -2$	3p 4p
	b) $\Delta > 0$ , $x_1 + x_2 < 0$ , $x_1 x_2 > 0$ , unde $x_1$ și $x_2$ sunt soluțiile ecuației $f(x) = 0$ $a^2 - 4 > 0$ ; $a - 2 < 0$ ; $-a + 2 > 0$ $a \in (-\infty, -2)$	3p 3p 2p
2.	a) $AD$ este mediană în $\Delta ABC$ , deci $\mathcal{A}_{\Delta ADB} = \frac{\mathcal{A}_{\Delta ABC}}{2}$	3p
	$DE$ este mediană în $\Delta ADB$ , deci $\mathcal{A}_{\Delta ADE} = \frac{\mathcal{A}_{\Delta ADB}}{2} = \frac{\mathcal{A}_{\Delta ABC}}{4}$ , de unde obținem $\frac{\mathcal{A}_{\Delta ADE}}{\mathcal{A}_{\Delta ABC}} = \frac{1}{4}$	4p
	b) $DN \parallel CE$ , $N \in AB$ , deci $DN$ este linie mijlocie în $\Delta BEC$ , de unde obținem că punctul $N$ este mijlocul segmentului $BE$ $DF \perp CE$ , deci $DF \perp DN$ și, cum $AD \perp BC$ , obținem $\sphericalangle FDA = \sphericalangle NDB$ ; cum $\sphericalangle FAD = \sphericalangle NBD$ și $AD = DB$ , obținem $\Delta ADF \equiv \Delta BDN$ , deci $AF = BN = \frac{AB}{4} = \frac{AC}{4}$ Cum punctul $G$ este centrul de greutate a $\Delta ABC$ , rezultă că punctul $M$ este mijlocul segmentului $AC$ , unde $BG \cap AC = \{M\}$ ; punctul $F$ este mijlocul segmentului $AM$ , deci $EF$ este linie mijlocie în $\Delta ABM$ , de unde obținem $EF \parallel BG$	2p 3p 3p
3.	a) $f(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + a \cdot (-1) + a =$ $= -1 + 1 - a + a = 0$ , deci polinomul $f$ este divizibil cu polinomul $X + 1$ , pentru orice număr real $a$	3p 4p
	b) $x_1 = -1$ și $f = (X + 1)(X^2 + a)$ , pentru orice număr real $a$	2p
	$x_2^2 = x_3^2 = -a$ , deci $x_1^{2024} + x_2^{2024} + x_3^{2024} = (-1)^{2024} + (-a)^{1012} + (-a)^{1012} = 1 + 2a^{1012}$ $a^{1012} = 1$ și, cum $a$ este număr real, obținem $a = -1$ sau $a = 1$	3p 3p
4.	a) $f'(x) = 3x^2 + 6x$ , $x \in \mathbb{R}$ ; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ sau $x = 0$ ; pentru $x \in [-3, -2]$ , $f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $[-3, -2]$ ; pentru $x \in [-2, 0]$ , $f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $[-2, 0]$ ; pentru $x \in [0, 1]$ , $f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $[0, 1]$ $f(-3) = -2$ , $f(-2) = 2$ , $f(0) = -2$ și $f(1) = 2$ , deci $-2 \leq f(x) \leq 2$ , pentru orice $x \in [-3, 1]$ , de unde obținem $ f(x)  \leq 2$ , pentru orice $x \in [-3, 1]$	3p 4p

<p><b>b)</b> <math>g(x) \geq 0</math>, pentru orice <math>x \in [1, 2]</math>, deci <math>\mathcal{A} = \int_1^2 g(x) dx = \int_1^2 \frac{1}{(x+1)(x^2+2x-2)} dx =</math></p>	<p><b>3p</b></p>
<p><math>= -\frac{1}{3} \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx + \frac{1}{3} \int_1^2 \frac{x+1}{x^2+2x-2} dx =</math></p>	<p><b>2p</b></p>
<p><math>= -\frac{1}{3} \ln(x+1) \Big _1^2 + \frac{1}{6} \ln(x^2+2x-2) \Big _1^2 = -\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2} + \frac{1}{6} \ln 6 = \frac{1}{6} \ln \frac{8}{3}</math></p>	<p><b>3p</b></p>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<p><i>Itemul de tip completare elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>1p</b> <b>1p</b> <b>2p</b> <b>3p</b> <b>3p</b></p>
<p><i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>1p</b> <b>1p</b> <b>2p</b> <b>3p</b> <b>3p</b></p>
<p><i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- menționarea competenței specifice evaluate</li> <li>- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat</li> <li>- respectarea formatului itemului</li> <li>- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)</li> <li>- corectitudinea științifică a informației de specialitate</li> </ul>	<p><b>1p</b> <b>1p</b> <b>2p</b> <b>3p</b> <b>3p</b></p>