Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	Rația progresiei este $r = a_3 - a_2 = 4$	**3p**
	$a_1 = a_2 - r = 4$	**2p**
2.	$f(m) = 3m - 2$, pentru orice număr real m	**2p**
	$3m - 2 = m$, de unde obținem $m = 1$	**3p**
3.	$9 - x^2 = 5$, de unde obținem $x^2 - 4 = 0$	**2p**
	$x = -2$ sau $x = 2$, care convin	**3p**
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	Numerele n din mulțimea A pentru care $\sqrt{2n+1}$ aparține mulțimii A sunt 0 și 4, deci sunt 2 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	**3p**
5.	$m_{AC} = \frac{1}{2}$	**2p**
	$m_{BC} = -2 \Rightarrow m_{AC} \cdot m_{BC} = -1$, deci triunghiul ABC este dreptunghic în C	**3p**
6.	$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{4} = 2$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$B(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) =$	**3p**
	$= 3 + 4 = 7$	**2p**
b)	$B(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$, $B(0) \cdot B(1) = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & -9 \end{pmatrix}$	**3p**
	$B(2) - B(0) \cdot B(1) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} = 4A$	**2p**
c)	$C(a) = \begin{pmatrix} 0 & a+1 \\ a-3 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(C(a)) = -(a-3)(a+1)$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\det(C(a)) = 0$, de unde obținem $a = -1$ sau $a = 3$	**2p**
2.a)	$2 * 2 = 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 3 \cdot 2 + 6 =$	**3p**
	$= 4 - 4 - 6 + 6 = 0$	**2p**
b)	$x * 6 = 4x - 12$, pentru orice număr real x	**3p**
	$4x - 12 = x$, de unde obținem $x = 4$	**2p**
c)	$2 * x = 2 - x$, $x * (2 * x) = -x^2 + 3x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$-x^2 + 3x \geq 2 \Leftrightarrow -x^2 + 3x - 2 \geq 0$, de unde obținem $x \in [1, 2]$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{2(x^2+x+4)-2x(2x+1)}{(x^2+x+4)^2}=$	**3p**
	$=\frac{8-2x^2}{(x^2+x+4)^2}=\frac{2(4-x^2)}{(x^2+x+4)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x}{x^2+x+4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x\left(1+\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}=0$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p**
c)	$f'(x)=0\Rightarrow x=-2$ sau $x=2$; pentru orice $x\in(-\infty,-2]$, $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $(-\infty,-2]$; pentru orice $x\in[-2,2]$, $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[-2,2]$; pentru orice $x\in[2,+\infty)$, $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $[2,+\infty)$	**2p**
	$x\in[4,+\infty)\Rightarrow 4-x\in(-\infty,0]$, deci $f(x)\le f(4)$ și $f(4-x)\ge f(-2)$ și, cum $f(-2)=-\frac{2}{3}$ și $f(4)=\frac{1}{3}$, obținem $f(x)-f(4-x)\le 1$, pentru orice $x\in[4,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\int_0^2 (x+1)f(x)dx=\int_0^2 (x+3)dx=\left.\left(\frac{x^2}{2}+3x\right)\right\|_0^2=$	**3p**
	$=2+6=8$	**2p**
b)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 \frac{x+3}{x+1}dx=\int_0^1\left(1+\frac{2}{x+1}\right)dx=x\Big\|_0^1+2\ln(x+1)\Big\|_0^1=$	**3p**
	$=1+2\ln 2-2\ln 1=1+2\ln 2$	**2p**
c)	$\int_1^2 (x^2-1)e^x f(x)dx=\int_1^2 (x^2+2x-3)e^x dx=(x^2-3)e^x\Big\|_1^2=e^2+2e$	**3p**
	$e(e+a)=e^2+2e$, de unde obținem $a=2$	**2p**