

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR  
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

17 iulie 2024

Probă scrisă  
MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Se consideră expresia  $E(z) = z^2 + z \cdot |z| \cdot i - 4$ , unde  $z$  este număr complex.
- 5p a) Arătați că  $|E(m)| \geq 2\sqrt{2}$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p b) Determinați numărul complex  $z$  pentru care  $E(z) = z^2$ .
- 5p c) Demonstrați că, dacă  $\bar{z} \cdot E(z) = z \cdot E(\bar{z})$ , unde  $\bar{z}$  este conjugatul numărului complex  $z$ , atunci  $z$  este număr real.
2. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AC < AB$ . Punctul  $D$  este simetricul punctului  $A$  față de dreapta  $BC$ , punctul  $E$  este proiecția punctului  $D$  pe dreapta  $AB$ , iar  $M$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AD$  și  $BC$  și  $N$  este punctul de intersecție a dreptelor  $BC$  și  $DE$ .
- 5p a) Arătați că  $EM = \frac{AB \cdot AC}{BC}$ .
- 5p b) Arătați că segmentele  $AN$  și  $AC$  au lungimile egale.
- 5p c) Dreapta  $AN$  intersectează dreptele  $EM$  și  $BD$  în punctele  $P$ , respectiv  $Q$ , iar dreapta  $QM$  intersectează dreapta  $AC$  în punctul  $S$ . Demonstrați că punctul  $S$  este simetricul punctului  $P$  față de dreapta  $AD$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru o funcție  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , se definește pe mulțimea numerelor reale legea de compoziție  $x \circ y = f(xy) - f(x+y)$ .
- 5p a) Pentru  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ , determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x \circ x = 0$ .
- 5p b) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numerele reale  $a$  pentru care legea de compoziție „ $\circ$ ” este asociativă.
- 5p c) Demonstrați că  $(\mathbb{R}, \circ)$  nu este grup, oricare ar fi funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$ .
- 5p a) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$ , în punctul de abscisă  $x = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p b) Demonstrați că funcția  $f$  este strict crescătoare.
- 5p c) Pentru fiecare număr natural nenul  $n$  se consideră numărul  $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 \frac{x^2}{f(x)} dx$ . Arătați că
- $$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( I_n + 2 \ln f\left(\frac{1}{n}\right) \right) = 2 \ln \left( 1 - \frac{5}{2e} \right).$$

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VII-a.

**Competențe specifice și exemple de activități de învățare**

Clasa a VII-a
<p><b>1.3. Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Extragerea unei informații dintr-un tabel, grafic sau diagramă</li> <li>- Identificarea modului adecvat de reprezentare a unor date</li> <li>- Identificarea unor exemple de corespondențe matematice în contexte variate</li> </ul>
<p><b>2.3. Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Prelucrarea statistică a unor date reprezentate în tabel</li> <li>- Reprezentarea unor date prin diagrame, grafice circulare sau grafice cu bare</li> <li>- Reprezentarea unor date în tabele cu una sau cu două intrări</li> </ul>
<p><b>3.3. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor puncte având coordonatele numere reale</li> <li>- Analizarea unor seturi de date pentru a determina un mod adecvat de reprezentare grafică a acestora</li> <li>- Interpretarea unei informații extrase dintr-un tabel sau listă</li> </ul>
<p><b>4.3. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reprezentarea produsului cartezian a două mulțimi numerice finite</li> <li>- Evidențierea egalității între cardinalul produsului cartezian a două mulțimi finite și produsul cardinalelor celor două mulțimi</li> <li>- Exprimarea distanței dintre două puncte în plan ca lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic într-un sistem de axe ortogonale</li> </ul>
<p><b>5.3. Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Interpretarea unor informații extrase dintr-un tabel/listă/grafic</li> <li>- Verificarea unor afirmații pe cazuri particulare prin construirea unor exemple și/sau contraexemplu</li> <li>- Interpretarea reprezentării a două sau mai multor puncte într-un sistem de axe ortogonale, din punct de vedere geometric sau din punct de vedere al fenomenului asociat</li> </ul>
<p><b>6.3. Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Construirea și interpretarea unor diagrame cu date din situații practice</li> <li>- Determinarea unor mulțimi finite atunci când se cunoaște reprezentarea geometrică a produsului lor cartezian</li> <li>- Rezolvarea unor probleme simple de geometrie pornind de la reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale</li> </ul>

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
<b>Organizarea datelor</b>	<p><b>3. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Produsul cartezian a două mulțimi nevide; sistem de axe ortogonale în plan; reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale; reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale; distanța dintre două puncte din plan</li> <li>• Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice; poligonul frecvențelor</li> </ul>

**Notă:** Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

*(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)*

Folosind informațiile din secvența de mai sus, în vederea evaluării formării/dezvoltării competențelor specifice precizate, elaborați o probă de evaluare la finalul unității de învățare „**Elemente de organizare a datelor**”, care să cuprindă cinci itemi: *un item de completare, un item cu răspuns scurt, un item de tip alegere multiplă, un item de tip întrebare structurată și un item de tip rezolvare de probleme.*

Pentru fiecare item propus:

- menționați competența specifică evaluată;
- menționați activitatea de învățare în cadrul căreia ați utiliza acest item;
- precizați un avantaj al utilizării acestui tip de item;
- precizați un dezavantaj al utilizării acestui tip de item;
- respectați formatul tipului de item;
- respectați corectitudinea științifică, inclusiv a răspunsului așteptat.